控制工程基础

主讲：赵彦威
机制教研室

北京工業大學耿丹學院
Gengdan Institute of Beijing University of Technology

课程内容

1 自动控制系统的基本概念与数学模型
2 控制系统的时域分析
3 控制系统的频域分析
4 控制系统的综合与校正
5 控制系统计算机(Matlab)仿真
6 习题与复习
7 实验

教学大纲、日历说明

- 介绍教学大纲

本课程为考试课程，具体考核方式如下。

考核阶段	考核内容	考核形式	成绩比例
过程考核	学习态度、课堂纪律、知识掌握、实践操作	考勤、平时作业、期中测验、实验、课上表现	60%
结课考核	基础知识运用能力、综合能力	闭卷笔试	40%

- 教学日历

第一章 绪论

主讲：赵彦威
机制教研室

教学内容

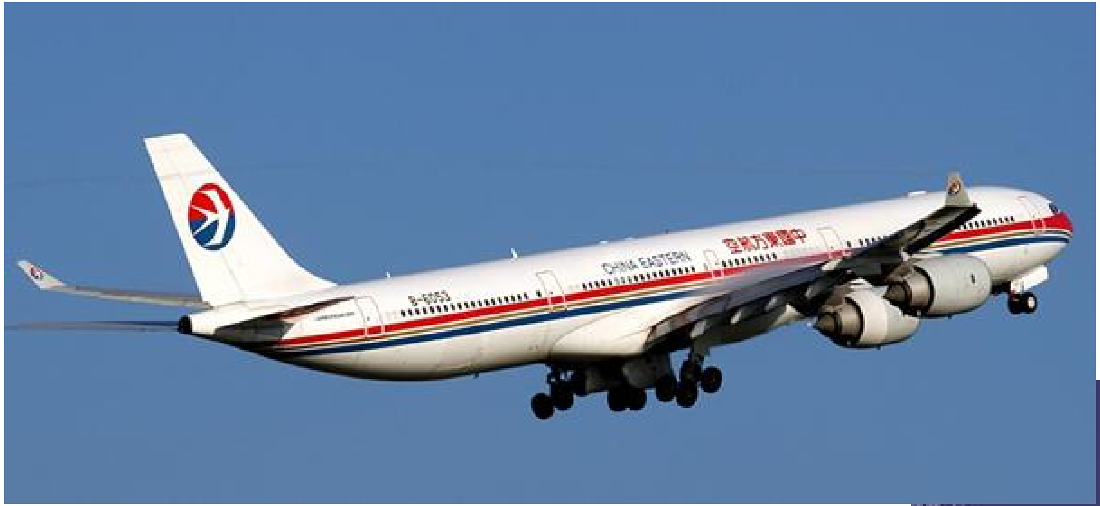
- 概述
- 控制系统的基本原理
- 自动控制系统的分类
- 主要研究对象与方法
- 控制理论发展简史
- 对控制系统性能的基本要求

教学目标

1.了解控制理论的发展，控制工程的应用领域及基本要求；

2.理解自动控制系统的基本概念

3.掌握闭环控制概念与控制系统的基本要求。



你想到了什么？

你看到了什么？

机械控制工程概述

- **控制论、相对论、量子论**——人类认识客观世界的三大飞跃
- 重要作用：

1.宇宙飞船、导弹制导和飞机驾驶系统等领域

2.现代机器制造业和工业生产过程的重要组成部分

例如，在生产过程中对压力、温度、湿度、流量的控制；在机器制造业中，机器零件的加工、处理和装配，都广泛地采用着自动控制。


JWC-KBD807 Sanitary Napkin Machine

控制工程基础阐述自动控制技术的基础理论。是研究控制论在工程中应用的科学。

它不但从局部而且从整体上认识和分析机电液系统，改进和完善机械系统，以满足科技发展和工业生产的实际需要。

第一节 控制系统的基本工作原理

人工控制与自动控制

人工控制的恒温箱：

请同学们思考并回答：

恒温箱工作过程

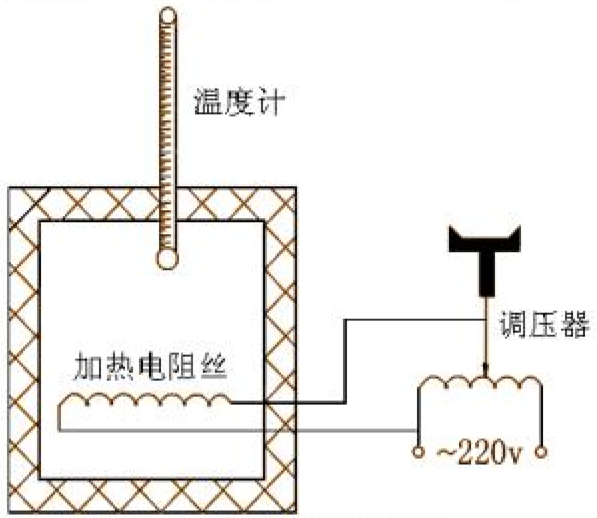


图1-2 人工控制的恒温箱

测量——求偏差——纠正偏差

第一节 控制系统的基本工作原理

人工控制与自动控制

自动控制的恒温箱：

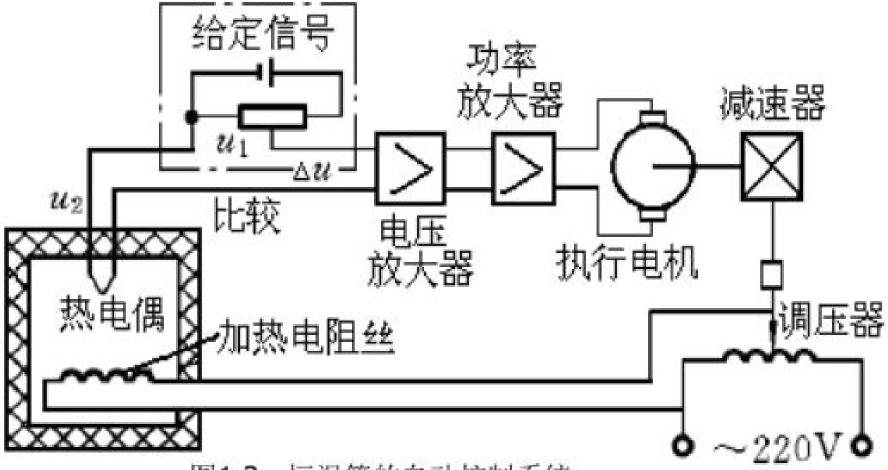


图1-3 恒温箱的自动控制系统

请同学们思考并回答：

恒温箱工作过程

测量——求偏差——纠正偏差

归纳总结：

人工控制：	自动控制：
人　眼	测量装置
人　脑	控制器
人　手	执行机构

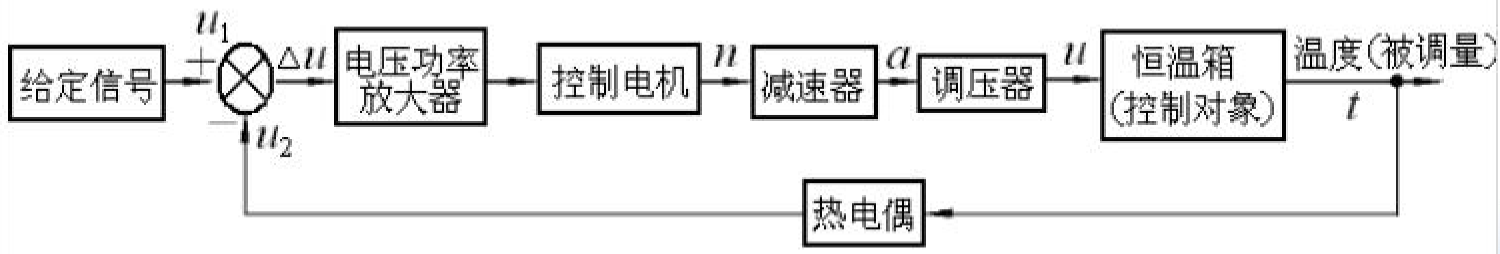
共同点：测量——求偏差——纠正偏差

得出：自动控制系统工作原理：

1）检测被控量或输出量的实际值

2）将实际值与给定值进行比较得出偏差值

3）用偏差值产生控制调节作用去消除偏差

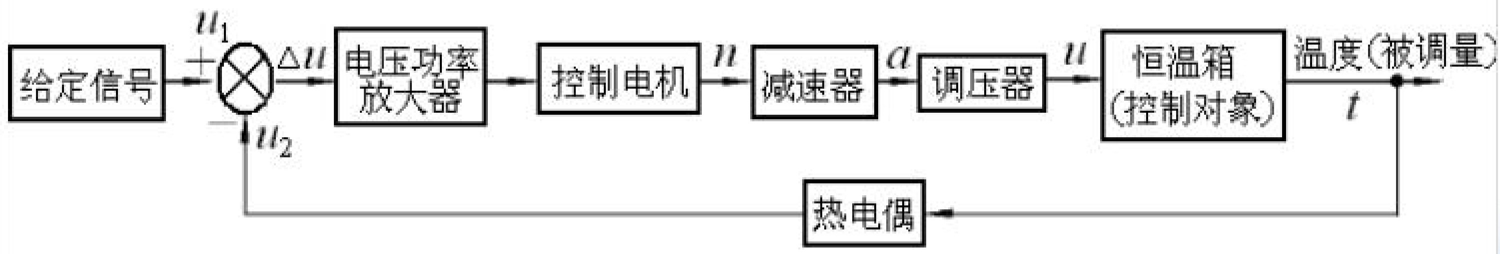


得出：自动控制系统工作原理：

1）检测被控量或输出量的实际值

2）将实际值与给定值进行比较得出偏差值

3）用偏差值产生控制调节作用去消除偏差



重要概念：

反馈： 将系统的输出全部或部分的返送回系统的输入端，并与输入信号共同作用于系统的过程。

反馈控制： 通过检测偏差再纠正偏差的过程，称为反馈控制。

反馈控制系统：利用反馈控制原理组成的系统称为反馈控制系统或闭环控制系统。

第二节 自动控制系统的分类

一、按控制系统有无反馈分类

请同学们回答：英语译文各自的特点，举例说明适用场合。

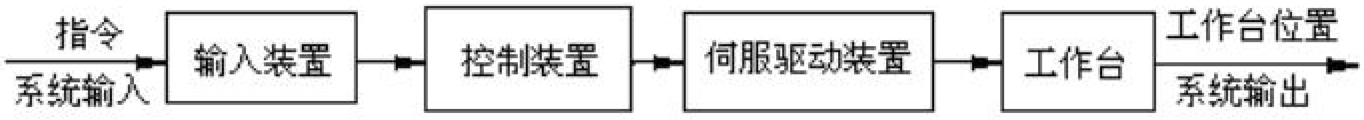
1.开环控制系统

2.闭环控制系统——反馈控制系统

凡是系统输出信号对控制作用能有直接影响的系统，都叫做闭环系统。

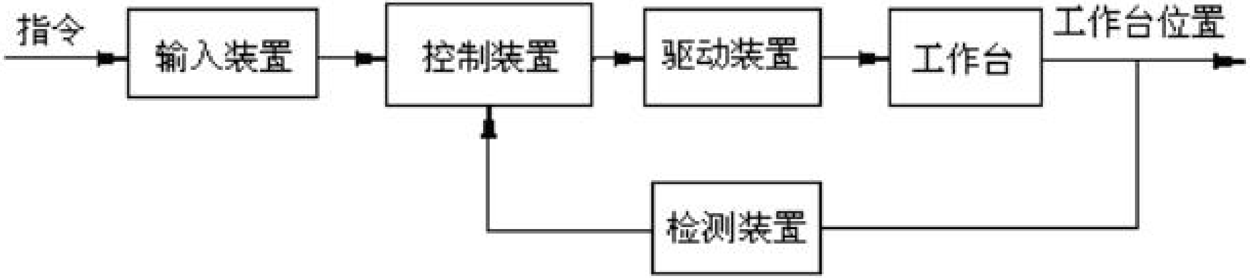
一、按控制系统有无反馈分类

1.开环控制系统



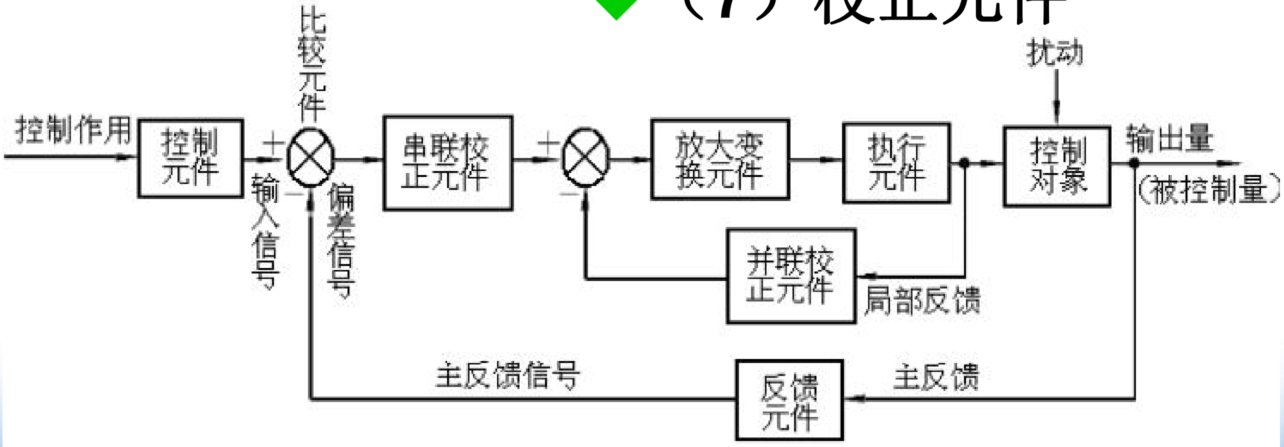
开环控制系统的数控机床进给系统

2.闭环控制系统



闭环控制系统组成：

- （1）给定元件
- （2）反馈元件
- （3）比较元件
- （4）放大元件
- （5）执行元件
- （6）控制对象
- （7）校正元件



二、按给定量的运动规律进行分类

1.恒值控制系统

输入量是恒定值

工业生产中的位置，温度，压力，流量控制

2.程序控制系统

输入量变化规律预先知道-编程

3.随动系统

伺服系统，输入量变化规律未知

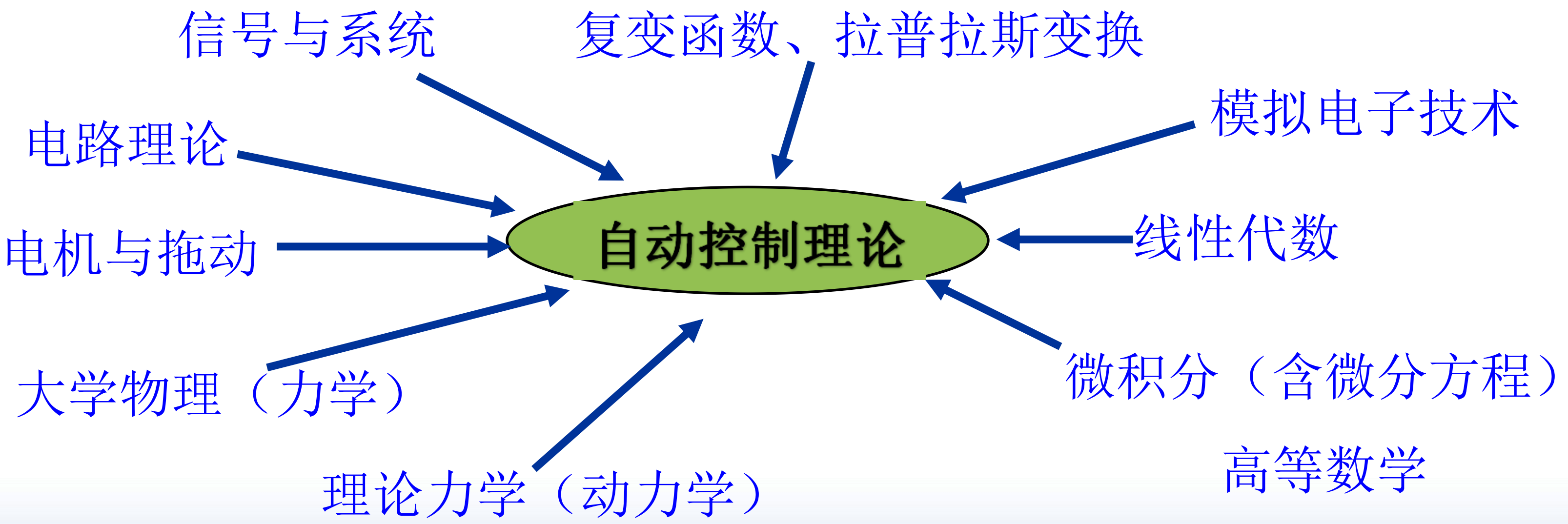
三、按数学模型

- 线性系统 —描述→
  - 定常
    - 常系数微分方程
    - 传递函数
    - 频率特性
    - 状态方程
    - —分析法→
      - 时域法
      - 根轨迹法
      - 频率法
      - 状态方程
  - 时变
    - 变系数微分方程
    - 状态方程
    - —分析法→
      - 时域法
      - 状态空间法

- 非线性系统 —描述→
  - 非线性微分方程
  - 状态方程
  - —分类→
    - 非本质 —分析法→ 线性化法
    - 本质 —分析法→
      - 描述函数法
      - 相平面法
      - 状态空间法

第三节 研究对象与方法

控制论与其他学科



研究内容：

经典控制理论：

传递函数

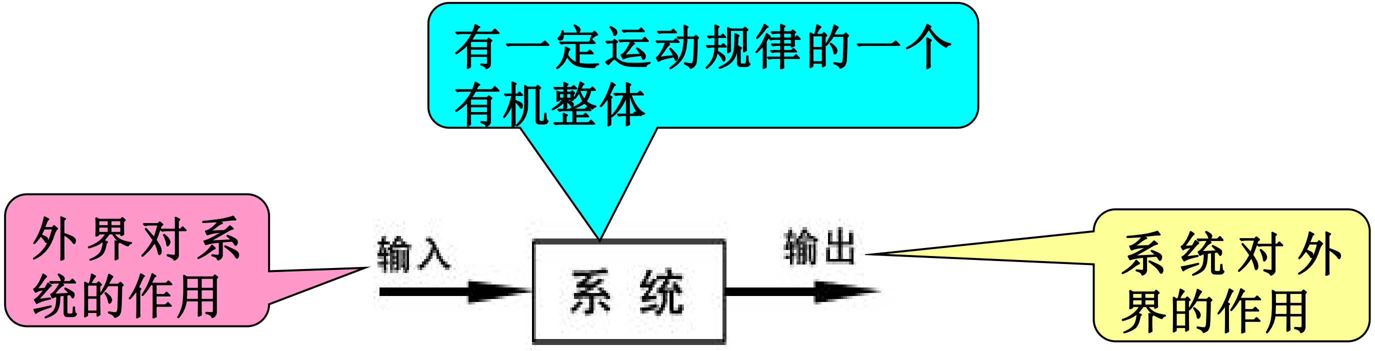
单输入-单输出系统的分析和控制

现代控制理论：

状态空间分析法

多输入-多输出、时变、非线性系统的最优控制

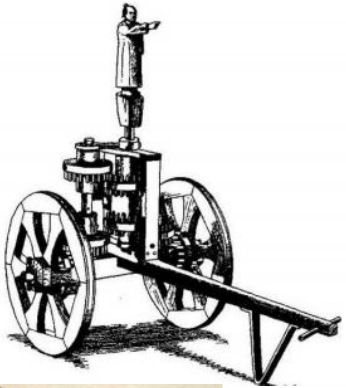
系统、输入、输出三者间的动态关系



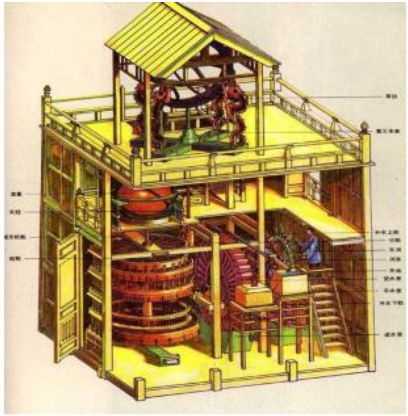
即：系统在一定的外界条件作用下，从系统的一定初始条件出发，所经历由内部的固有特性所决定的整个动态过程。

第四节 控制理论发展简史





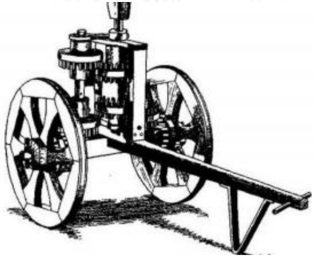

你认识吗？

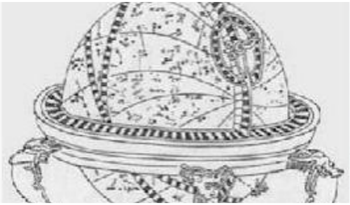
你还知道？

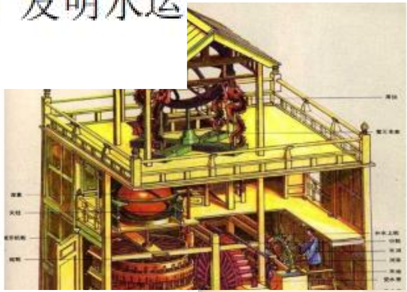
第四节 控制理论发展简史

公元235年，东汉末年马钧研制出用齿轮传动的自动指示方向的指南车(司南车）和记里鼓车（中国古代机器人）。



公元132年，中国科学家张衡（公元78~139）发明水运浑象，研制出自动测量地震的候风地动仪。





水运仪象台结构图

北宋时代（公元1086~1089年），苏颂和韩公廉制造的水运仪象台

1769年：James Watt发明飞球调节器，控制蒸汽机的转速

1868年：J. C. Maxwell发表《调速器》，提出反馈控制的概念及稳定性条件

1884年：E. J. Routh提出劳斯稳定性判据

1892年：A. M. Lyapunov提出李雅普诺夫稳定性理论

1895年：A. Hurwifz提出赫尔维茨稳定性判据

1932年：H. Nyquist提出奈奎斯特稳定性判据

1945年：H. W. Bode提出反馈放大器的一般设计方法

1948年：N. Wiener发表《控制论》，标志经典控制理论基本形成

1950年：W. R. Evans提出根轨迹法，并应用于反馈控制系统的设计

1954年：钱学森发表《工程控制论》，奠定工程控制论学科基础

1956年：蓬特里亚金（Pontryagin）提出极大值原理

1957年：R. I. Bellman提出动态规划理论

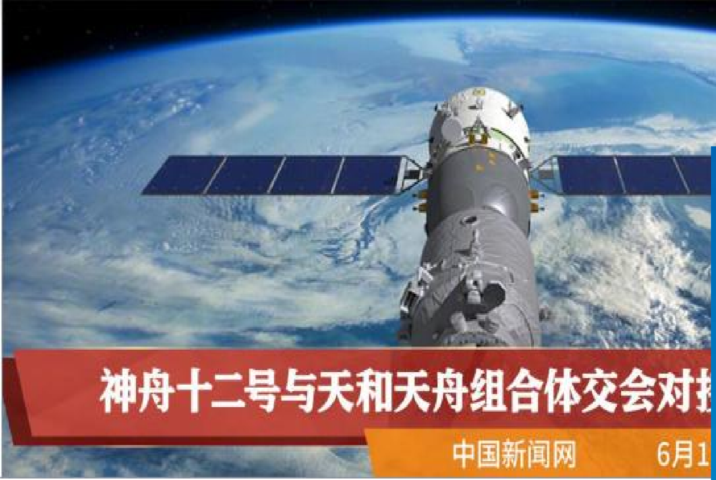
1960年：R. E. Kalman提出卡尔曼滤波理论

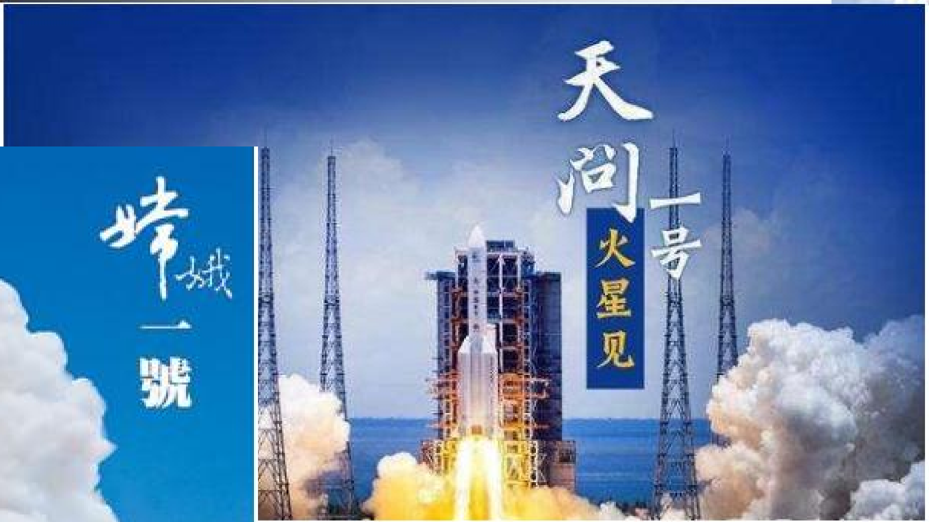
1960～1980年：确定性系统的最优控制、随机系统的最优控制、复杂系统的自适应和自学习控制

1980迄今：鲁棒控制、H∞控制、非线性控制、智能控制等

作为技术科学的控制论，对工程技术、生物和生命现象的研究和经济科学，以及对社会研究都有深刻的意义，比起相对论和量子论对社会的作用有过之无不及。我们可以毫不含糊地说从科学理论的角度来看，20世纪上半叶的三大伟绩是相对论、量子论和控制论，也许可以称它们为三项科学革命，是人类认识客观世界的三大飞跃。

——钱学森





你认识吗？

你还知道？

重温神州15号载人飞船发射激动时画面：点击播放视频

第五节 对控制系统性能的基本要求

基本要求：

稳定性　　准确性　　快速性

控制系统正常工作的首要条件是：

稳定性

稳定系统：若系统在扰动的影响下偏离平衡状态，扰动消除后，系统能够以足够的精度逐渐恢复到原来的状态，则称该系统是稳定的，或具有稳定性的。

出门测

请同学们及时参与答题

系统的输出信号对控制作用的影响

A 开环有

B 闭环有

C 都没有

D 都有

提交

单选题 1分

赵彦威

设置

对于系统抗干扰能力与精度说法正确的是

A 开环抗干扰能力强、精度高

B 闭环抗干扰能力强、精度高

C 相差不多，不一定

提交

单选题 1分

赵彦威 设置

按照反馈的有无，控制系统可以分为（　　）

A 自动控制系统和人工控制系统

B 自动调节系统、随动系统和程序控制系统

C 开环控制系统和闭环控制系统

提交

单选题 1分

赵彦威 设置

以下系统中不存在反馈的是（　　）

A 并联联接的电灯

B 交流稳压电源

C 直流稳压电源

D 以上都是

提交

填空题 1分

赵彦威 设置

按照控制理论的发展过程，可将控制理论分为 [填空1] 和 [填空2] 两大部分。

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

填空题 1.5分

赵彦威 设置

对控制系统共同的基本要求是____[填空1]_、___[填空2]_______和 ___[填空3]_。

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

本章小结

1. 机械控制工程的主要研究对象
2. 控制系统的工作原理

   反馈，反馈控制
3. 开环、闭环控制系统
4. 对控制系统性能的基本要求：

   稳、准、快

课后作业：拍照提交至考勤系统

10页

- 2.
- 3.

11页习题

- 1-1
- 1-2

第二章 物理系统的数学模型及传递函数

主讲：赵彦威
机制教研室

教学内容

教学目标

1.理解和掌握用解析法建立系统的数学模型；

2.掌握传递函数的定义，典型环节的传递函数；

3.会画系统框图，并能进行化简。

第一节 系统的数学模型

一、数学模型

数学模型是描述系统输入、输出变量及内部各变量之间关系的数学表达式。

如果描述系统的数学表达式相同，则他们的分析和计算方法就相同，故利用控制系统的数学模型可以撇开具体的物理属性，研究共同规律，对控制系统进行具有普遍意义的分析研究。

二、建立数学模型的方法

解析法：根据定律写表达式

实验法：无法用解析法，用实验数据

第二节 传递函数

不求解微分方程，间接的分析系统结构参数对系统输出的影响。——引出传递函数

一、传递函数的概念

输入/出及其各阶导数在t =0-时刻均为0

定义：

线性定常系统的传递函数，为零初始条件下，系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。

设线性定常系统的微分方程为:

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 c(t) = b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_0 r(t) \quad (2-52)$$

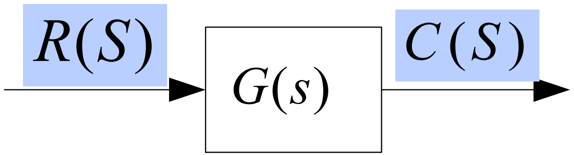
式中, $c(t)$ 系统输出量; $r(t)$ 系统输入量; 进行拉氏变换得

$$a_n s^n C(s) + a_{n-1} s^{n-1} C(s) + \cdots + a_0 C(s) = b_m s^m R(s) + b_{m-1} s^{m-1} R(s) + \cdots + b_0 R(s) \quad (2-53)$$

系统的传递函数形式上记为:

$$G(S) = \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0} = \frac{N(S)}{D(S)} \quad (2-54)$$

画成方框图，如图所示。



故，系统输出量的拉氏变换为 $C(S)=G(S)\bullet R(S)$

对 $C(S)$ 拉氏反变换的得到 $c(t)$。

二、传递函数的性质

1）传递函数概念仅适用于线性定常系统，具有复变函数的所有性质；

2）零初始条件下得出，原则上不能反应非零初始条件下的全部运动规律；

3）传递函数只取决于系统或元件的结构和参数，与外作用无关。

4）传递函数是复变量s 的有理真分式，即$n \geq m$；

5）传递函数与真正的物理系统不存在一一对应关系；不同的物理系统可以有相同的传递函数。

三、传递函数的标准形式

常有两种表示：首1标准型、尾1标准型

1. 首1标准型——零、极点形式

$$G(S)=\frac{C(S)}{R(S)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_0}$$

$$=\frac{b_m(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{a_n(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

$$\boxed{G(s)=\frac{s^2-s-2}{s^3-s^2-6s}=\frac{(s-2)(s+1)}{s(s-3)(s+2)}}$$

$s=z_i$均能使G(s)=0，z_i（i=1,…,m）称为G(s)的零点。

$s=p_j$均能使G(s)=∞，故称p_j（j=1,…,n）为G(s)的极点

由于传递函数的分子多项式和分母多项式的系数均为实数，故零点和极点可以是实数，或是成对的共轭复数。

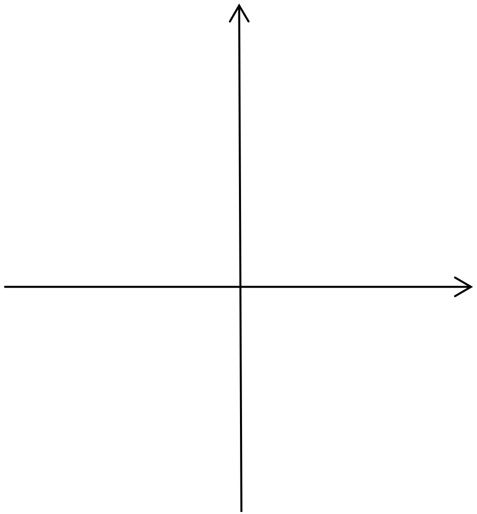
例如，某传递函数 $$G(S)=\frac{5s^2+5s-10}{2s^3+10s^2+18s+10}$$

把它的分子分母进行因式分解得到：

小组讨论1分钟，回答：
把它的分子分母进行因式分解得到？

$$G(S)=\frac{5s^2+5s-10}{2s^3+10s^2+18s+10}$$

进而，
得到G(s)的零点？
G(s)的极点？



2.尾1标准型：分子分母最低次项为1

$$G(s)=K\frac{\prod_{k=1}^{m_1}(\tau_k s+1)\prod_{l=1}^{m_2}(\tau_l^2 s^2+2\xi\tau_l s+1)}{s^v\prod_{i=1}^{n_1}(T_i s+1)\prod_{j=1}^{n_2}(T_j^2 s^2+2\xi T_j s+1)}$$

K:系统增益

$$G(s)=\frac{s^2-s-2}{s^3-s^2-6s}=\frac{(s-2)(s+1)}{s(s-3)(s+2)}=\frac{2(0.5s-1)(s+1)}{s(s-3)(s+2)}$$

如何尾1？

主观题 1分

赵彦威

设置

小组讨论10分钟，写出结果，拍照分享，代表发言。

已知某传递函数为$G(s) = \dfrac{30(s+2)}{s(s+3)(s^2+2s+2)}$

（1）求系统的增益K；

（2）求系统的微分方程；

（3）画出系统的零极点分布图。

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

解：(1) $K = \dfrac{30 \times 2}{3 \times 2} = 10$

(2) 由系统的传递函数：$G(s) = \dfrac{30(s+2)}{s(s+3)(s^2+2s+2)}$

$$= \frac{30(s+2)}{s^4+5s^3+8s^2+6s} = \frac{X_o(s)}{X_i(s)}$$

得到：$s^4X_o(s) + 5s^3X_o(s) + 8s^2X_o(s) + 6sX_o(s) = 30sX_i(s) + 60X_i(s)$

零初始条件下，进行拉氏反变换可得系统的微分方程：

$$\frac{d^4x_o(t)}{dt^4} + 5\frac{d^3x_o(t)}{dt^3} + 8\frac{d^2x_o(t)}{dt^2} + 6\frac{dx_o(t)}{dt}$$

$$= 30\frac{dx_i(t)}{dt} + 60x_i(t)$$

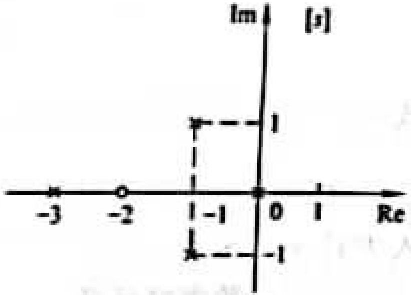


图 2-2　系统的零极点

(3) 由系统的传递函数可知：系统有 1 个零点，$z_1 = -2$；有 4 个极点，$s_1 = 0$，$s_2 = -3$，$s_3 = -1 + j$，$s_4 = -1 - j$；系统零极点分布图如图 2-2 所示。

第三节 典型环节的传递函数

传递函数列写大致步骤：

方法一：

- 列写系统的微分方程
- 消去中间变量
- 在零初始条件下取拉氏变换
- 求输出与输入拉氏变换之比

方法二：

- 列写系统中各元件的微分方程
- 在零初始条件下求拉氏变换
- 整理拉氏变换后的方程组，消去中间变量
- 整理成传递函数的形式

典型环节：

比例环节、惯性环节、微分环节、积分环节，振荡环节和延时环节。

系统总可以分解为典型环节组成。

1. 比例环节（或称放大环节）

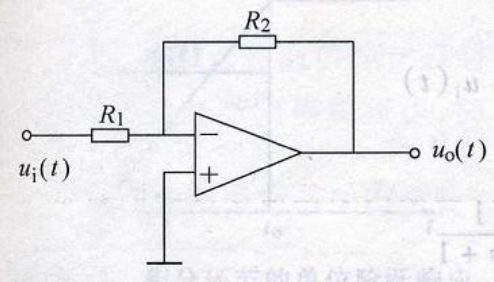
输出与输入成正比的环节

运动方程： $c(t)=Kr(t)$ K为环节的放大系数或增益

拉氏变换： $C(s)=KR(s)$

传递函数： $\dfrac{C(s)}{R(s)}=K$

工程实例:



$$G(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=-\frac{R_2}{R_1}=K$$

主观题 1分

赵彦威

设置

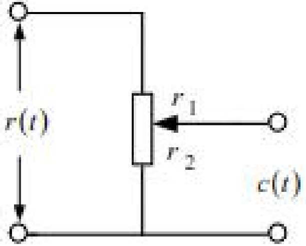
小组讨论3分钟，列举一个比例环节的例子。

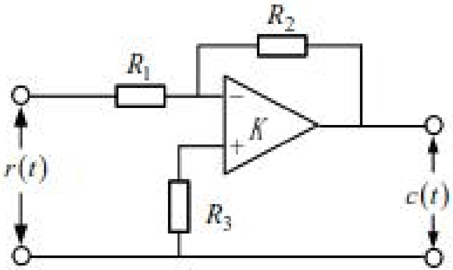
给出时域方程和传递函数。

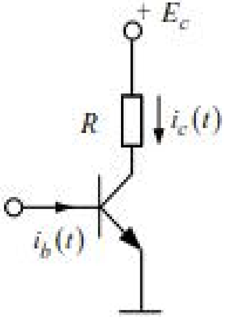
正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

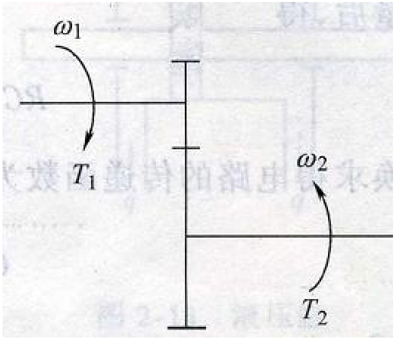
作答

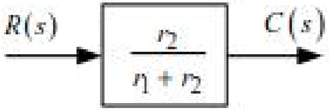
补充实例：

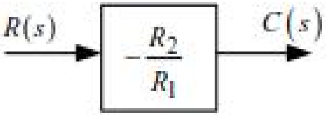


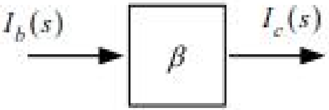












$$\omega_1 T_1 = \omega_2 T_2$$

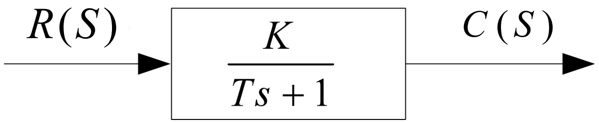
$$G(s) = \frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i$$

2. 惯性环节：输出与输入成正比的环节

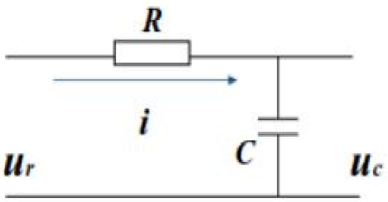
运动方程： $T\dot{c}(t)+c(t)=Kr(t)$　K为放大系数，T为时间常数

传递函数： $$G(S)=\frac{K}{TS+1}$$

方框图：



工程实例:

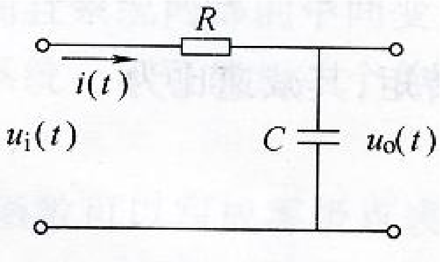


$$G(s)=\frac{U_c(s)}{U_r(s)}=\frac{1}{RCs+1}$$

低通滤波器

惯性环节其他工程实例

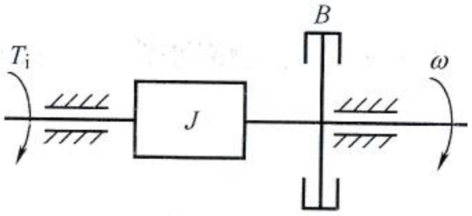
RC电路



$$RC\frac{\mathrm{d}u_o(t)}{\mathrm{d}t}+u_o(t)=u_i(t)$$

$$G(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{1}{Ts+1}$$

机械转动系统



$$J\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}+B\omega(t)=T_i(t)$$

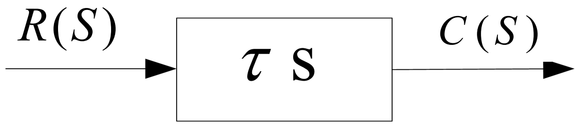
$$G(s)=\frac{\Omega(s)}{T_i(s)}=\frac{1}{Js+B}=\frac{K}{Ts+1}$$

3．微分环节：具有输出正比于输入的微分的环节

运动方程： $c(t) = \tau \dot{r}(t)$　　τ为时间常数

传递函数： $G(S) = \dfrac{C(s)}{R(s)} = \tau s$

方框图：



工程实例： 请同学们思考

赵彦威

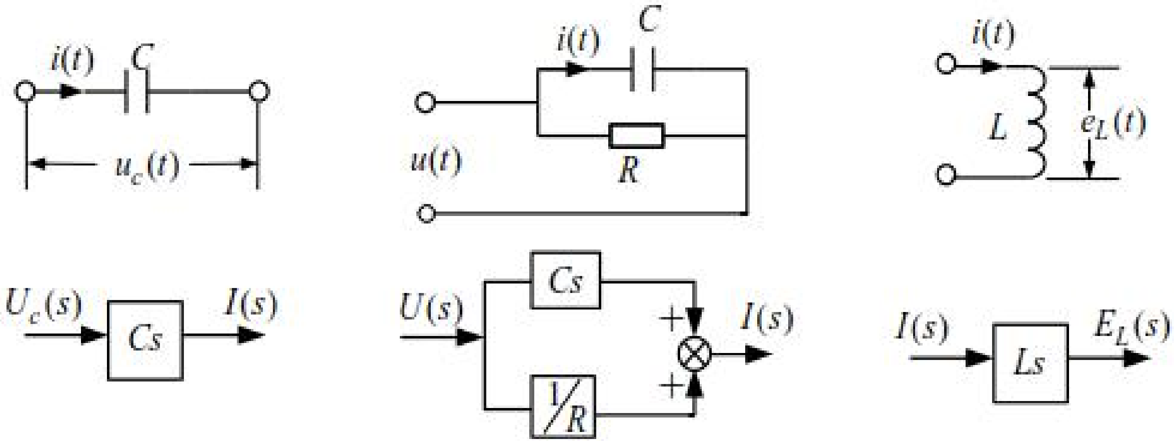
设置

小组讨论3分钟，列举一个微分环节的例子。

给出时域方程和传递函数。

作答

微分环节工程实例：



4. 积分环节：具有输出正比于输入对时间的积分

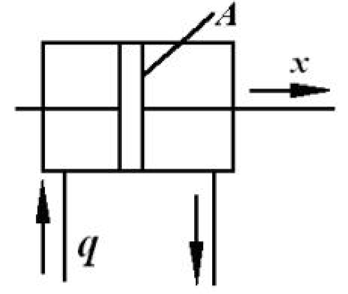
运动方程： $x_o(t)=\frac{1}{T}\int x_i(t)dt$ 　　T为积分环节的时间常数

传递函数： $G(s)=\frac{X_o(s)}{X_i(s)}=\frac{1}{Ts}$

方框图：

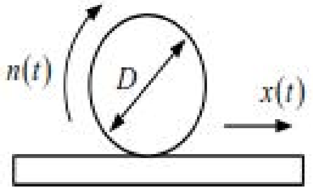
$$X_i(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{Ts}} \longrightarrow X_o(s)$$

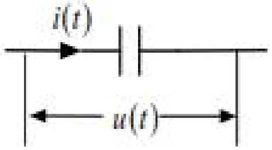
工程实例:

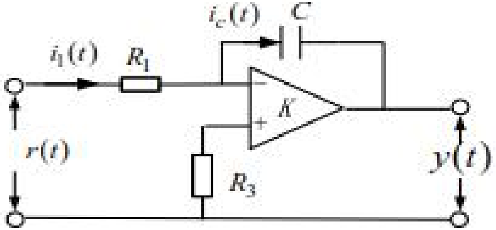


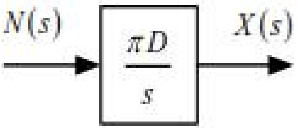
$$G(s)=\frac{X(s)}{Q(s)}=\frac{\frac{1}{A}}{s}=\frac{1}{As}=\frac{1}{Ts}$$

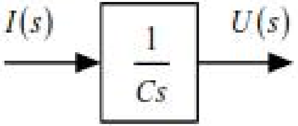
其他工程实例：

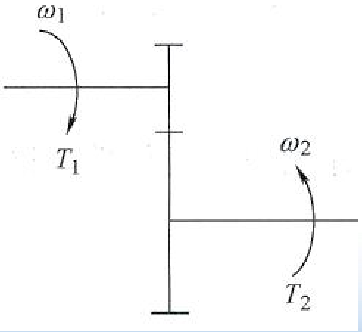












$$\theta_2 = \int \omega_2 \mathrm{d}t = \int \frac{1}{i}\omega_1 \mathrm{d}t$$

$$G(s) = \frac{\Theta_2(s)}{\Omega_1(s)} = \frac{1}{is}$$

5．振荡环节：该环节含两个储能元件

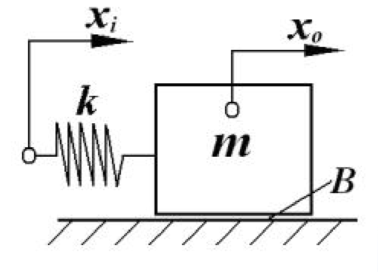
运动方程： $$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+f\frac{dx(t)}{dt}+kx(t)=F(t)$$

传递函数： $$G(S)=\frac{\mathrm{X(s)}}{\mathrm{F}(s)}=\frac{1}{ms^2+fs+k}$$ 或 $$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

方框图： $$X_i(s)\longrightarrow\boxed{\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}}\longrightarrow X_o(s)$$

ω_n无阻尼固有频率；ξ阻尼比

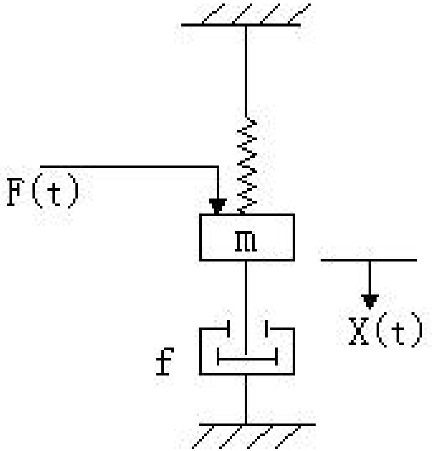
工程实例:

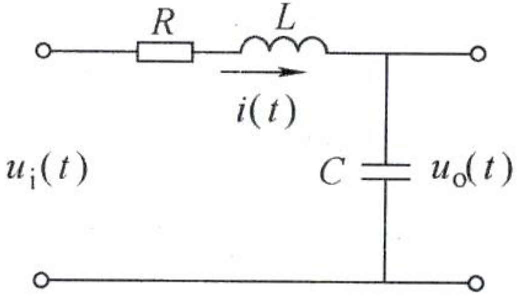


$$m\frac{d^2x_o(t)}{dt^2}+B\frac{dx_o(t)}{dt}=k(x_i(t)-x_o(t))$$

$$G(s)=\frac{X_o(s)}{X_i(s)}=\frac{k}{ms^2+Bs+k}$$

其他工程实例：





$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+f\frac{dx(t)}{dt}+kx(t)=F(t)$$

$$G(\mathrm{s})=\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{1}{ms^2+fs+k}$$

$$LC\frac{d^2U_0(t)}{dt^2}+RC\frac{dU_0(t)}{dt}+U_0(t)=U_i(t)$$

$$G(\mathrm{s})=\frac{\mathrm{Uo}(s)}{\mathrm{Ui}(s)}=\frac{1}{LCs^2+RCs+1}$$

$$=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

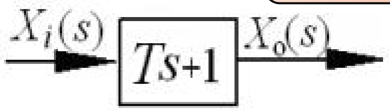
6. 一阶微分环节

运动方程：$T\dot{x}_i(t)+x_i(t)=x_o(t)$

传递函数：$G(s)=\dfrac{X_o(s)}{X_i(s)}=Ts+1$

时间常数

方框图：



7．二阶微分环节

运动方程： $T^2\ddot{x}_i(t)+2\zeta T\dot{x}_i(t)+x_i(t)=x_o(t)$

传递函数： $G(s)=\dfrac{X_o(s)}{X_i(s)}=T^2s^2+2\zeta Ts+1$

方框图：

$$X_i(s)\longrightarrow\boxed{T^2s^2+2\xi Ts+1}\longrightarrow X_o(s)$$

8．延时环节 $G(s)=e^{-\tau s}$

小结:典型环节传递函数

(1)比例环节	$G(s)=K$
(2)微分环节	$G(s)=s$
(3)积分环节	$G(s)=\dfrac{1}{s}$
(4)惯性环节	$G(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$
(5)振荡环节	$G(s)=\dfrac{1}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$
(6)比例微分	$G(s)=Ts+1$
(7)二阶微分	$G(s)=T^2s^2+2\xi Ts+1$

第四节 系统框图及其连接

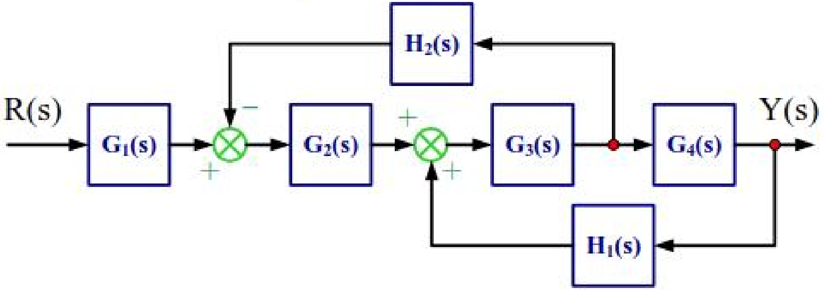
- 控制系统的框图是系统数学模型的图解形式。

  形象直观

- 系统框图的组成：

  若干个以方框表示的环节

  环节间用相应的变量联系起来

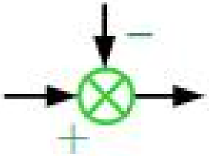


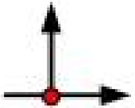
一、框图模型的构成要素

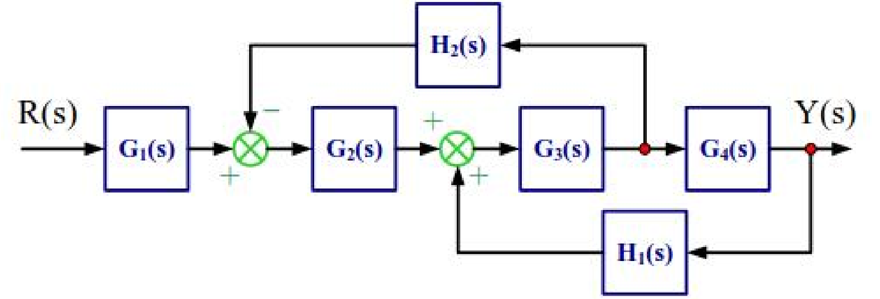
框图单元

比较点

引出点

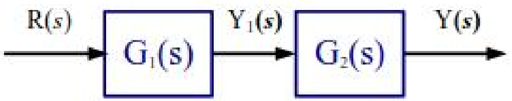


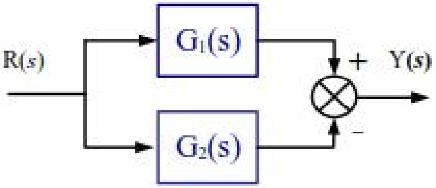


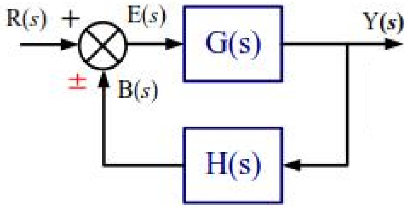


二、系统构成方式及运算法则

串联　　并联　　反馈

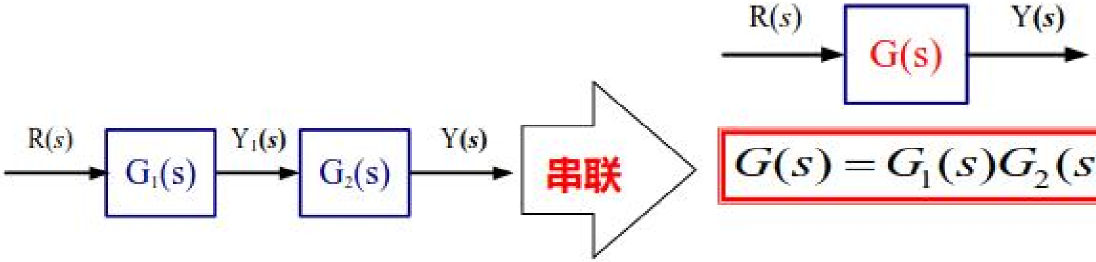






1. 串联连接

前一环节的输出为后一环节的输入的联接方式。如图所示：

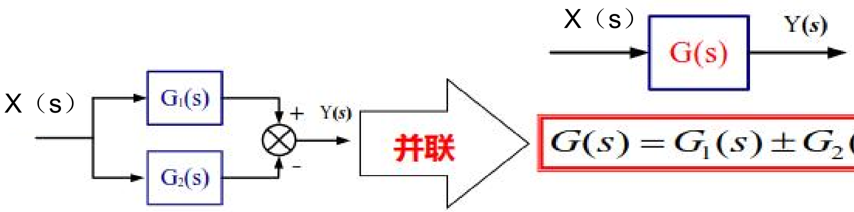


$$G(s)=G_1(s)G_2(s)$$

环节串联时等效传递函数等于各串联环节的传递函数之积

2. 并联环节

各环节的输入相同，输出为各环节输出的代数和。如图所示：



$$G(s)=G_1(s)\pm G_2(s)$$

$$Y(s)=Y_1(s)\pm Y_2(s)=X(s)G_1(s)\pm X(s)G_2(s)$$

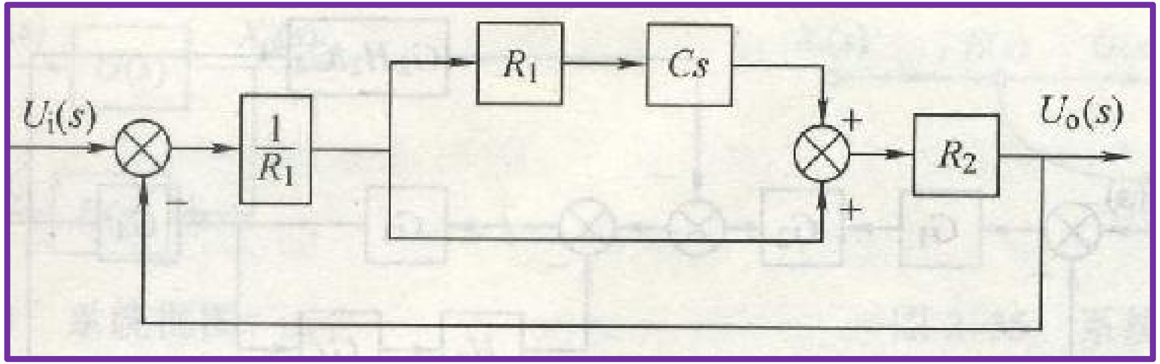
$$=X(s)\left[G_1(s)\pm G_2(s)\right]=X(s)G(s)$$

$$\therefore G(s)=G_1(s)\pm G_2(s)$$

环节并联时等效传递函数等于各并联环节的传递函数之代数和

讨论：

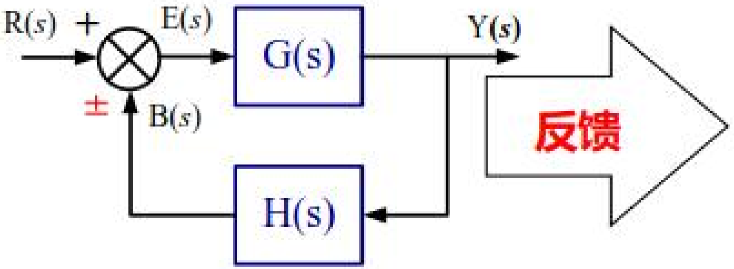
系统框图中有串联环节吗？有并联吗？



如果有，该部分化简为？

3. 反馈联接

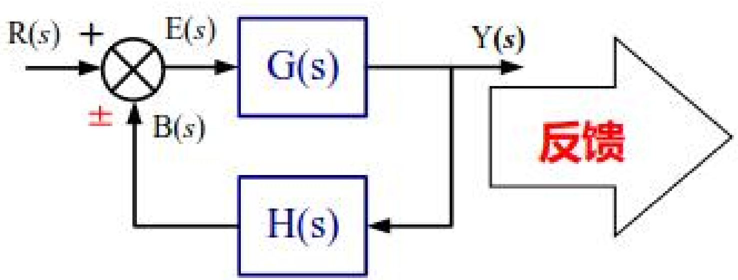
是闭环系统传递函数方框图的最基本形式。其传递函数方框图总可以简化成下图所示的基本形式。



小组讨论，找到输入输出之间的关系？

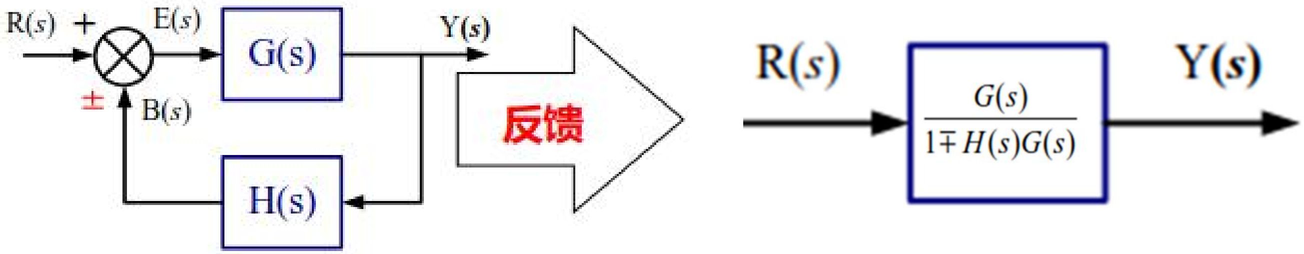
讨论，计算输入输出之间的关系？

求传递函数，只包含G(S),H(S)，提交图片。



3. 反馈联接

$$\Phi(s)=\frac{G(s)}{1\mp H(s)G(s)}$$



G(s)：前向通道传递函数

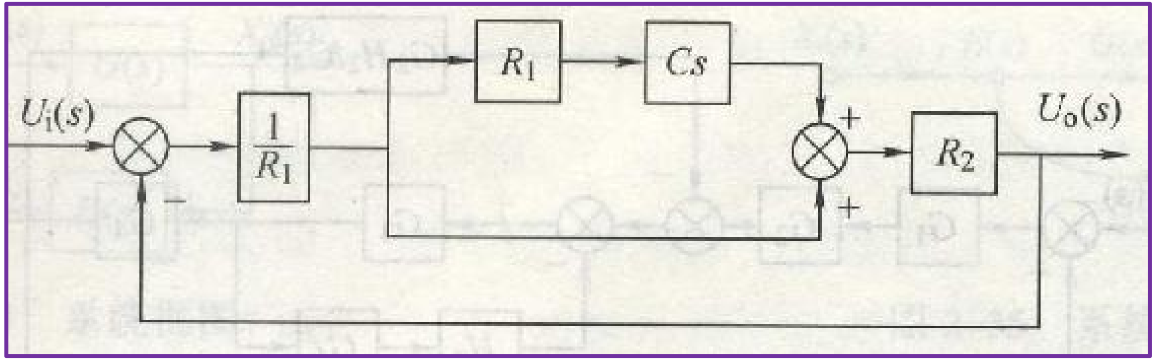
H(s)：反馈通道传递函数

G_k(s):系统的开环传递函数, ***$G_k(s)=G(s)H(s)$***

Φ(s):系统的闭环传递函数，输出信号与输入信号之比

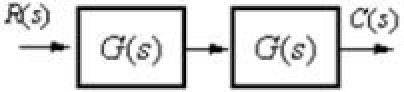
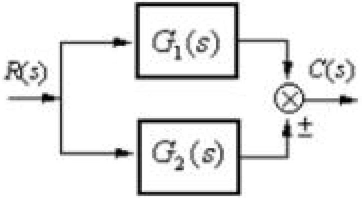
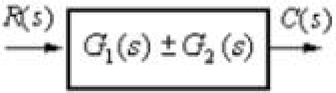
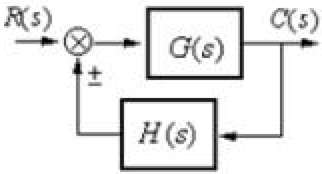
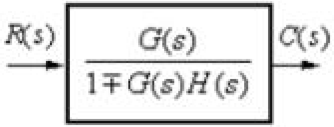
若反馈回路传递函数H(S)=1,称为单位反馈，有 $\Phi(s)=\frac{G(s)}{1\mp G(s)}$

通过化简系统框图，求该系统传递函数。



总结

框图化简的变换法则

变换方式	原方框图	等效方框图	等效运算关系
串联			$C(s)=G_1(s)G_2(s)R(s)$
并联			$C(s)=[G_1(s)\pm G_2(s)]R(s)$
反馈			$C(s)=\dfrac{G(s)R(s)}{1\mp G(s)H(s)}$

本章小结

- 1、建立系统微分方程的方法
- 2、认识传递函数
- 3、会写出典型传递函数
- 4、系统框图的连接，化简，变换规则

第三章 瞬态响应及误差分析

主讲：赵彦威
机制教研室

教学内容

教学目标

1.能解释线性定常系统的时域分析方法;

2.掌握线性系统时域响应的性能指标计算方法;

3.重点掌握二阶系统的动态性能计算;

4.会进行控制系统的误差分析与计算。

前置作业：

预习讨论，小组共同学习，并回答：

1. 系统传递函数是什么？
2. 系统常见输入信号有什么？
3. 系统输出曲线草图?描述草图中曲线的典型特征，如一条直线，一条单调上升的曲线。


物理系统
数学模型
时域分析法
根轨迹法
频域分析法
分析系统动态性能
改进系统性能

第一节　概述

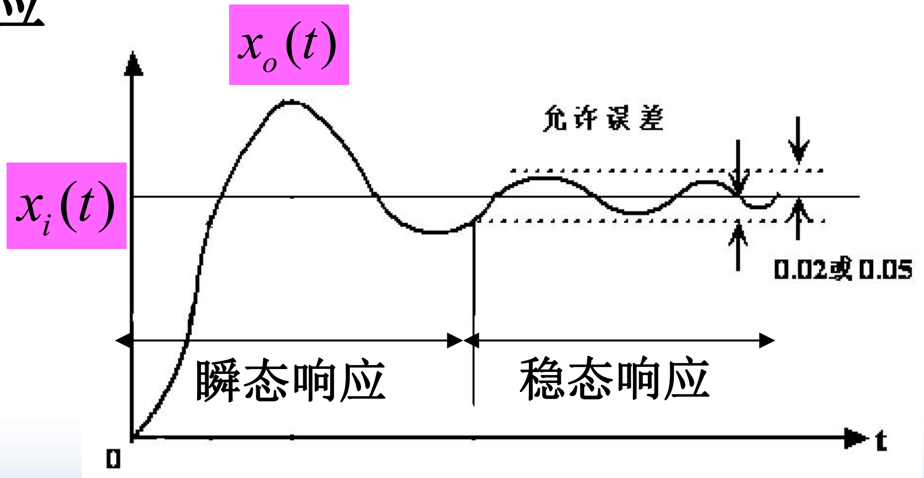
一、时间响应的概念

•指系统在输入信号作用下，系统输出随时间变化的过程。

•时间响应=瞬态响应+稳态响应

动态响应
过渡过程

稳态



二、典型输入信号

在分析和设计控制系统时，可以通过对这些系统加上各种输入信号，比较它们对特定的输入信号的响应。

系统对典型试验信号的响应特性，与系统对实际输入信号的响应特性之间，存在着一定的关系；所以研究系统对典型输入信号的响应。

讨论，请同学回答：

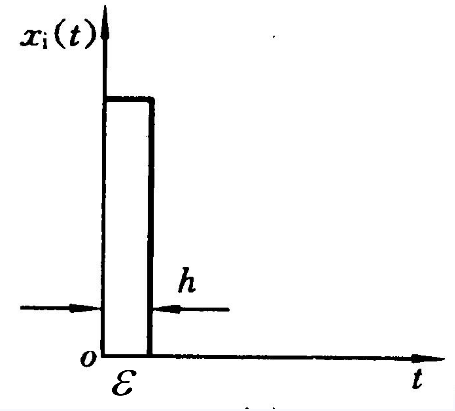
典型输入信号名称	实际工作举例	数学表达式	拉氏变换	查表编号

1、单位脉冲信号

数学表达式 $$x_i(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{\varepsilon} & 0<t<\varepsilon \\ 0 & t<0,\ t>\varepsilon\end{cases} \qquad (3-1)$$

若脉冲宽度 $\varepsilon \to 0$ ，则 $$x_i(t)=\begin{cases}\infty & t=0 \\ 0 & t\neq 0\end{cases} \qquad (3-2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x_i(t)dt=1 \qquad (3-3)$$



此时称理想单位脉冲函数，记作$\delta(t)$，

$$X_i(s)=L[\delta(t)]=1 \qquad (3-4)$$

表示极短时间内的冲击能量：脉动电压、机械碰撞、敲打。

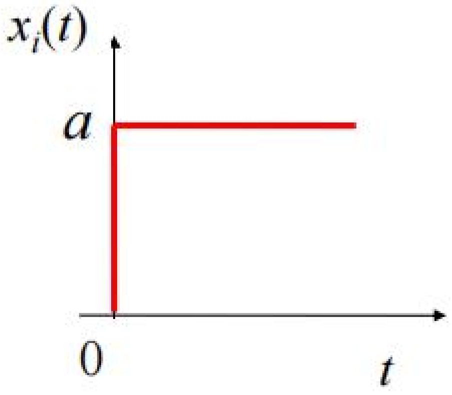
后续学习其他信号，模式一致，请大家按照如下几个方面探索

……信号

- 数学表达式
- 图
- 拉氏变换
- 表示哪些物理现象，量

2、单位阶跃信号

$$x_i(t)=\begin{cases}1 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases} \qquad (3-5)$$

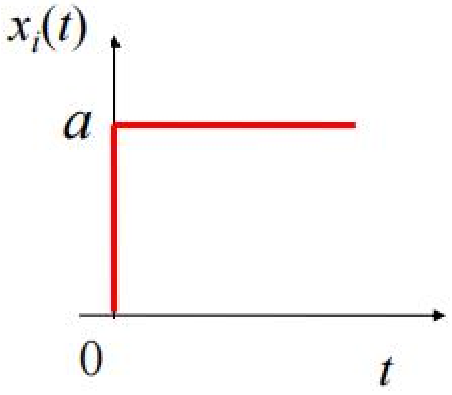


数学表达式，常记作1（t）

请问，拉氏变换为……?

2、单位阶跃信号

$$x_i(t)=\begin{cases}1 & t\ge 0\\ 0 & t<0\end{cases} \qquad (3-5)$$



数学表达式，常记作1（t）

拉氏变换为 $X_i(s)=L[1(t)]=\dfrac{1}{s} \qquad (3-6)$

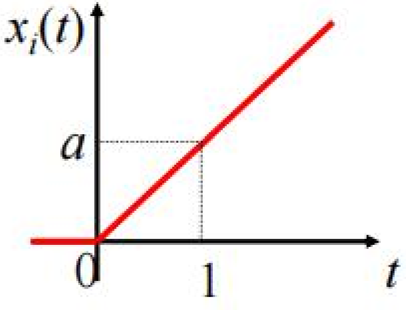
表示信号突变。

电源突然接通、负荷突然变化、指令突然转换。

3、单位斜坡信号

又称单位速度信号，数学表达式，

$$x_i(t)=\begin{cases} t & t\ge 0 \\ 0 & t<0 \end{cases} \qquad (3-7)$$

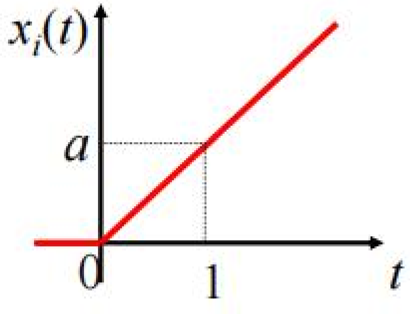


请问，拉氏变换为……？

3、单位斜坡信号

又称单位速度信号，数学表达式，

$$x_i(t)=\begin{cases} t & t\geq 0 \\ 0 & t<0 \end{cases} \qquad (3-7)$$



拉氏变换为

$$X_i(s)=L[t]=\frac{1}{s^2} \qquad (3-8)$$

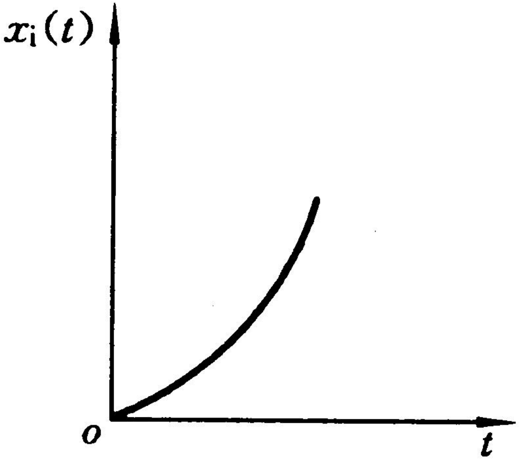
表示匀速变化的信号。

4、单位加速度信号

数学表达式

$$x_i(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}t^2 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases} \qquad (3-9)$$

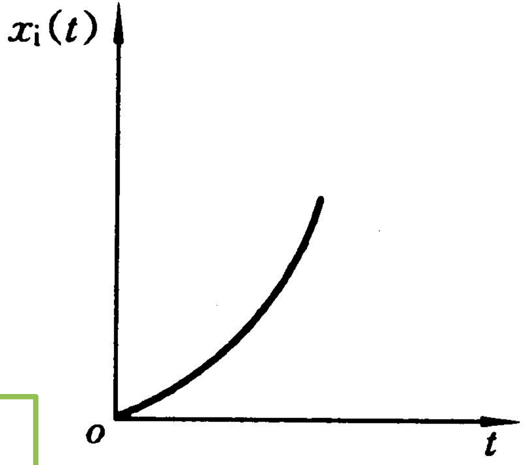
请问，拉氏变换为……?



4、单位加速度信号

数学表达式

$$x_i(t)=\begin{cases}\frac{1}{2}\mathrm{t}^2 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}\qquad (3-9)$$



拉氏变换为

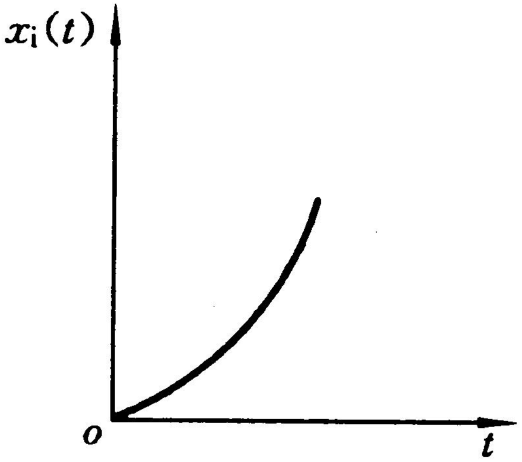
$$X_i(s)=L[\frac{1}{2}\mathrm{t}^2]=\frac{1}{s^3}\qquad (3-10)$$

表示匀加速变化的信号。

4、单位加速度信号

数学表达式

$$x_i(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}t^2 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}\qquad(3-9)$$



拉氏变换为

$$X_i(s)=L[\frac{1}{2}t^2]=\frac{1}{s^3}\qquad(3-10)$$

表示匀加速变化的信号。

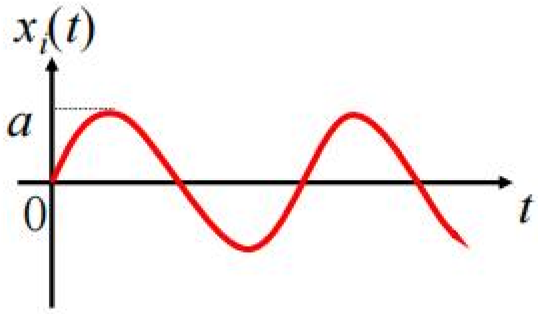
5、正弦信号

数学表达式

$$x_i(t) = A\sin\omega t \qquad (3-11)$$

拉氏变换为

$$X_i(s) = \frac{A\omega}{s^2+\omega^2} \qquad (3-12)$$



以下典型输入中,单位阶跃信号是( )。

A $X_i(s)= K$

B $X_i(s)= 1$

C $X_i(s)=1/s$

D $X_i(s)=Ts+1$

提交

以下典型输入中,单位脉冲信号是( )。

A $X_i(s)= K$

B $X_i(s)= 1$

C $X_i(s)=1/s$

D $X_i(s)=Ts+1$

提交

设置

以下典型输入中,单位阶跃信号是( )。

A $x_i(t)= \begin{cases} 1, & t>=0 \\ 0, & t<0 \end{cases}$

B $X_i(s)= 1$

提交

单选题 1分

以下典型输入中,单位脉冲信号是( )。

A $X_i(s)=1$

B $X_i(t)=1$

提交

第二节 一阶系统的时间响应

一、一阶系统的定义

一阶微分方程描述的系统称为一阶系统，

微分方程为：

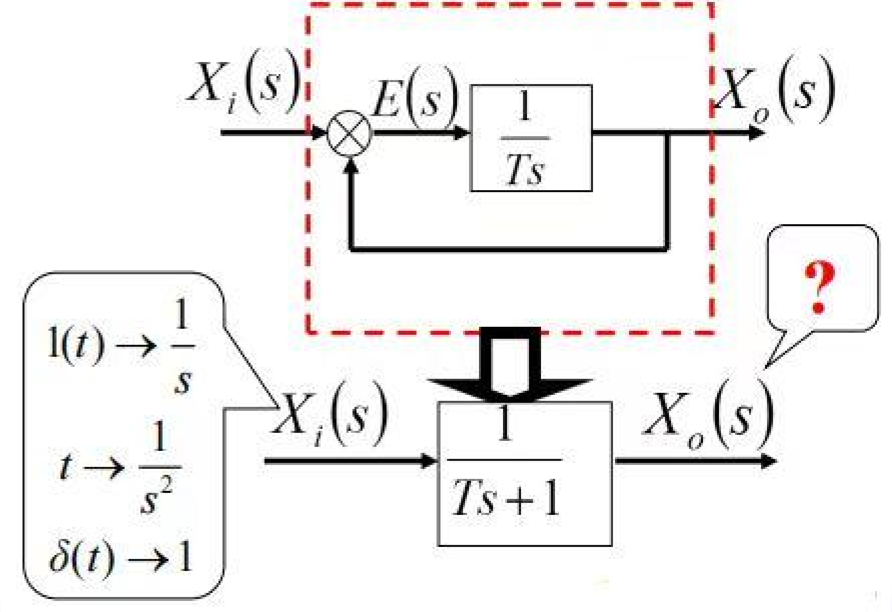
$$T\frac{dx_o(t)}{dt}+x_o(t)=x_i(t)$$

传递函数为：

$$\phi(s)=\frac{X_0(s)}{X_i(s)}=\frac{1}{Ts+1}$$

第二节 一阶系统的时间响应

框图：



二、一阶系统的典型输入响应

1、单位脉冲响应

输入信号：单位脉冲函数 $\delta(t)$

一阶系统为：$$\boxed{\phi(s)=\frac{X_0(s)}{X_i(s)}=\frac{1}{Ts+1}}$$

求：单位脉冲响应为：　$x_o(t)$

二、一阶系统的典型输入响应

1、单位脉冲响应

输入信号：单位脉冲函数 $\delta(t)$　　$X_i(s)=L[\delta(t)]=1$

一阶系统为：$\phi(s)=\dfrac{X_0(s)}{X_i(s)}=\dfrac{1}{Ts+1}$

$$X_o(s)=G(s)X_i(s)=\frac{1}{Ts+1}\times 1=\frac{1}{Ts+1} \qquad (3-16)$$

求：单位脉冲响应为：　**$x_o(t)$**

取拉氏反变换，系统单位脉冲响应为

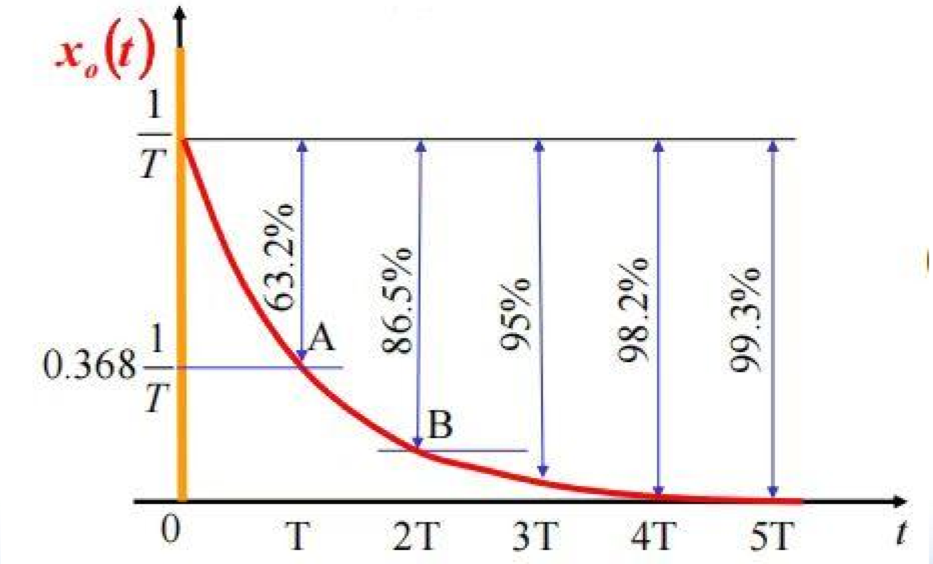
$$x_o(t)=\frac{1}{T}e^{-t/T} \qquad (t\geq 0) \qquad (3-17)$$

由式（3-17）可得表

t	$x_o(t)$	$\dot{x}_o(t)$
0	$\frac{1}{T}$	$-\frac{1}{T^2}$
T	$0.368\frac{1}{T}$	$-0.368\frac{1}{T^2}$
2T	$0.135\frac{1}{T}$	$-0.135\frac{1}{T^2}$
4T	$0.018\frac{1}{T}$	$-0.018\frac{1}{T^2}$
∞	0	0

$$X_o(s)=\frac{1}{Ts+1}$$

$$x_o(t)=\frac{1}{T}e^{-t/T}$$



分小组讨论，写出如下过程：

2、一阶系统的单位阶跃响应

输入信号为单位阶跃函数时，即

响应函数的Laplace变换式为：

其时间响应函数为：

2、一阶系统的单位阶跃响应

输入信号为单位阶跃函数时，即 $x_i(t)=1(t), L[x_i(t)]=\frac{1}{s}$

响应函数的Laplace变换式为：$X_0(s)=G(s)X_i(s)=\frac{1}{Ts+1}\bullet\frac{1}{s}$

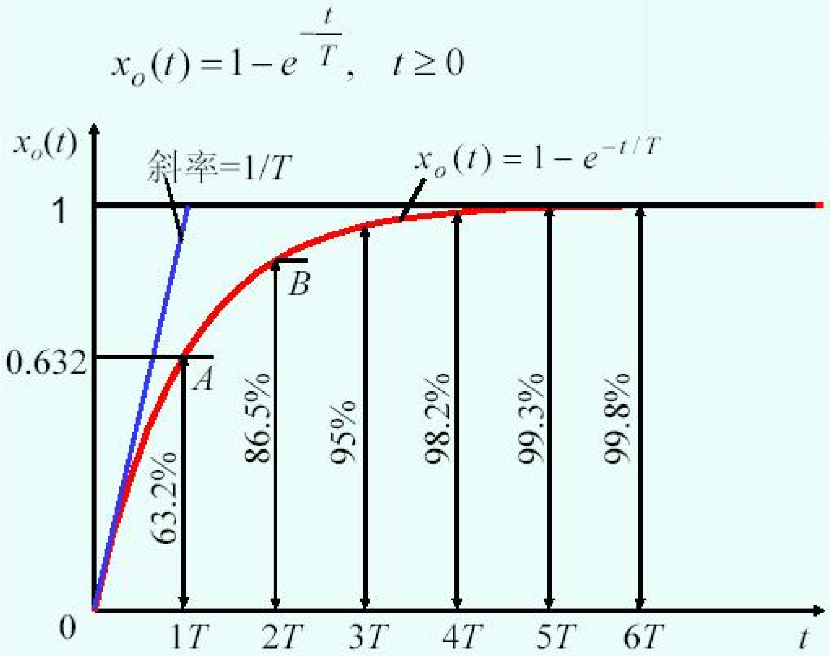
其时间响应函数为：

$$x_o(t)=L^{-1}[X_o(s)]=1-e^{-t/T} \quad (t\geq 0) \qquad (3-19)$$

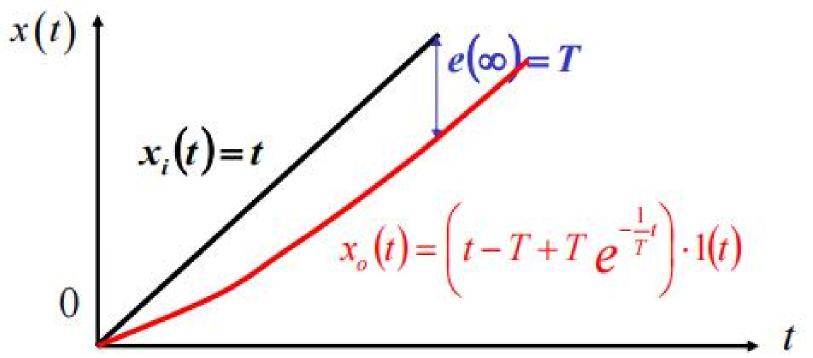
可知，$x_o(t)$中 $-e^{-t/T}$ 是瞬态项，1是稳态项。

由式（3-19）可得表和图

t	$x_o(t)$	$\dot{x}_o(t)$
0	0	$\frac{1}{T}$
T	0.632	$0.368\frac{1}{T^2}$
2T	0.865	$0.135\frac{1}{T^2}$
4T	0.982	$0.018\frac{1}{T^2}$
∞	1	0



3、一阶系统单位斜坡响应



输入信号为单位斜坡时，即

$$x_i(t)=t, X_i(s)=\frac{1}{s^2}$$

响应函数的Laplace变换式为：

$$X_o(s)=G(s)X_i(s)=\frac{1}{Ts+1}\times\frac{1}{s^2}=\frac{1}{s^2}-\frac{T}{s}+\frac{T}{s+\frac{1}{T}} \qquad (3-20)$$

其时间响应函数为：

$$x_o(t)=t-T+Te^{-t/T} \qquad (t\geq 0) \qquad (3-21)$$

例题1

已知系统的单位脉冲响应为：

$$x_o(t) = 1 + 2e^{-6t} - e^{-t}$$

求系统的闭环传递函数。

主观题 2分

设置

请同学们讨论完成，提交手写图片：

已知单位负反馈系统中,其前向通道传递函数为：

$$\frac{2}{s^2-5s+4}$$

求1）画出系统框图;

2）系统的闭环传递函数。

3）系统的单位阶跃响应。

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

前置作业：　二阶系统的单位阶跃响应

预习并讨论，回答：

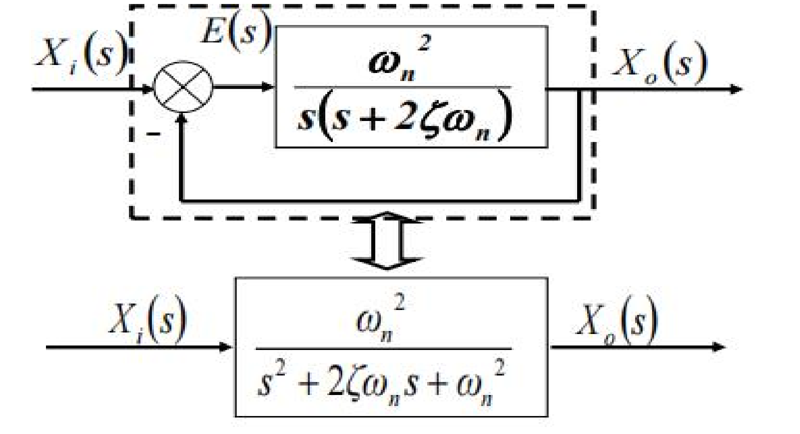
1. 二阶系统的典型传递函数是什么？
2. 系统输入有哪些？
3. 阻尼比不同时，系统输出曲线主要有哪几种？画出草图。描述草图中曲线的典型特征，如一条直线，一条单调上升的曲线。

第三节 二阶系统的时间响应

一、二阶系统的定义

二阶微分方程描述的系统称为二阶系统。

$$T\frac{d^2x_o(t)}{dt}+\frac{dx_o(t)}{dt}+Kx_o(t)=Kx_i(t) \qquad \frac{X_o(s)}{X_i(s)}=\frac{K}{s(Ts+1)+K}=\frac{K}{Ts^2+s+K} \qquad (3-22)$$



二阶系统的典型传递函数通常写成

$$G(s)=\frac{X_0(s)}{X_i(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$\omega_n=\sqrt{\frac{K}{T}}$$ —— 固有频率

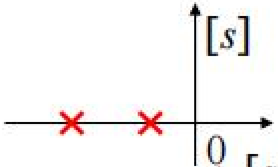
$$\xi=\frac{1}{2\sqrt{KT}}$$ —— 阻尼比

令 $s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2=0$ 得系统的两个极点：

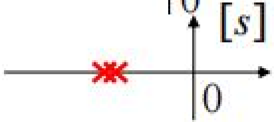
$$s_{1,2}=-\xi\omega_n\pm\omega_n\sqrt{\xi^2-1}$$

可见，随着阻尼比ξ取值不同，二阶系统的特征根也不同。

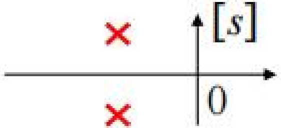
（1）过阻尼系统 $\xi > 1$ $s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$



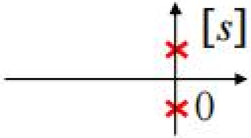
（2）临界阻尼系统 $\xi = 1$ $s_{1,2} = -\omega_n$



（3）欠阻尼系统 $0 < \xi < 1$ $s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$



（4）无（零）阻尼系统 $\xi = 0$ $s_{1,2} = \pm j\omega_n$



二、二阶系统的单位阶跃响应

系统传递函数为：$$G(s)=\frac{X_0(s)}{X_i(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

系统的输入信号为单位阶跃函数，即

$$x_i(t)=1(t), L[x_i(t)]=\frac{1}{s}$$

则二阶系统的单位阶跃响应的Laplace变换式为：

$$X_o(s)=G(s)\cdot\frac{1}{s}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}\cdot\frac{1}{s}$$

$$=\frac{1}{s}-\frac{s+2\xi\omega_n}{(s+\xi\omega_n+j\omega_d)(s+\xi\omega_n-j\omega_d)}$$

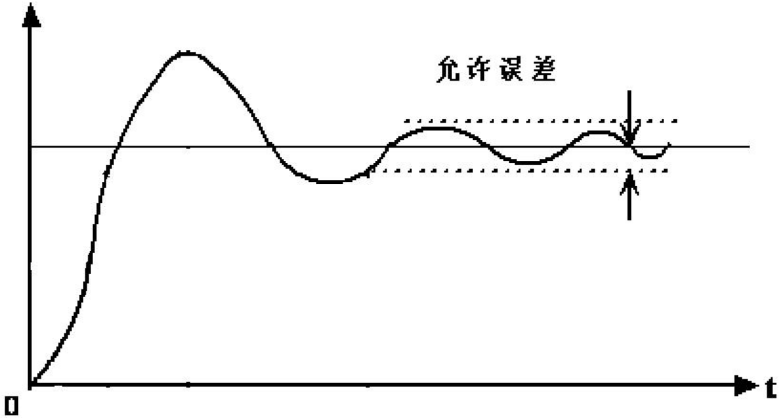
时域输出响应为：$$x_o(t)=L^{-1}[X_o(s)]$$

其响应函数讨论如下：

1、欠阻尼

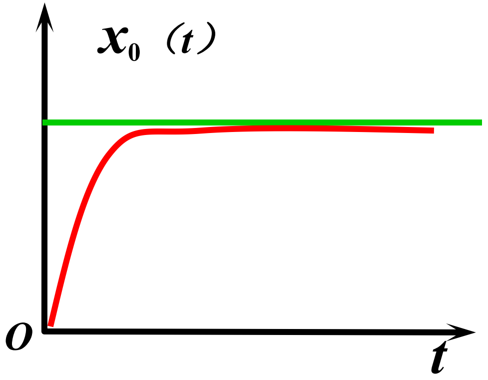
输出曲线特征为：

减幅正弦振荡函数，它的振幅随时间t的增加而减小。



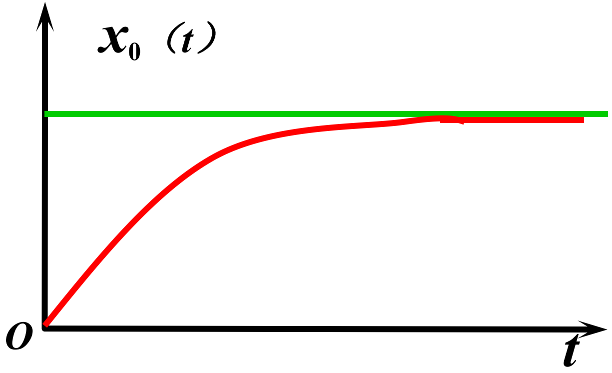
2、临界阻尼：

输出曲线特征为：
过渡过程是无震荡、
无超调，单调上升的曲线，
最后趋于1。



3、过阻尼

输出曲线特征为：
无震荡
无超调
单调上升的曲线，最后趋于1
二阶系统的过渡过程时间较长

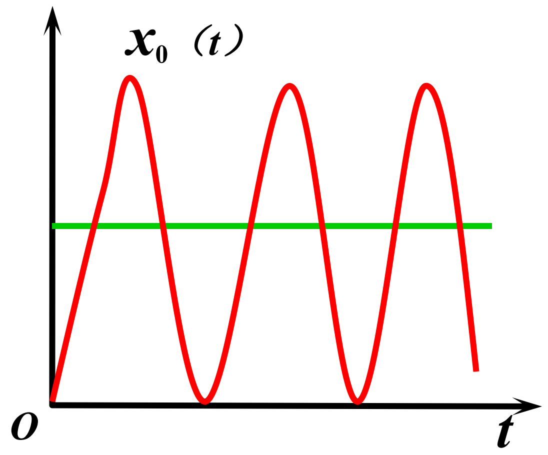


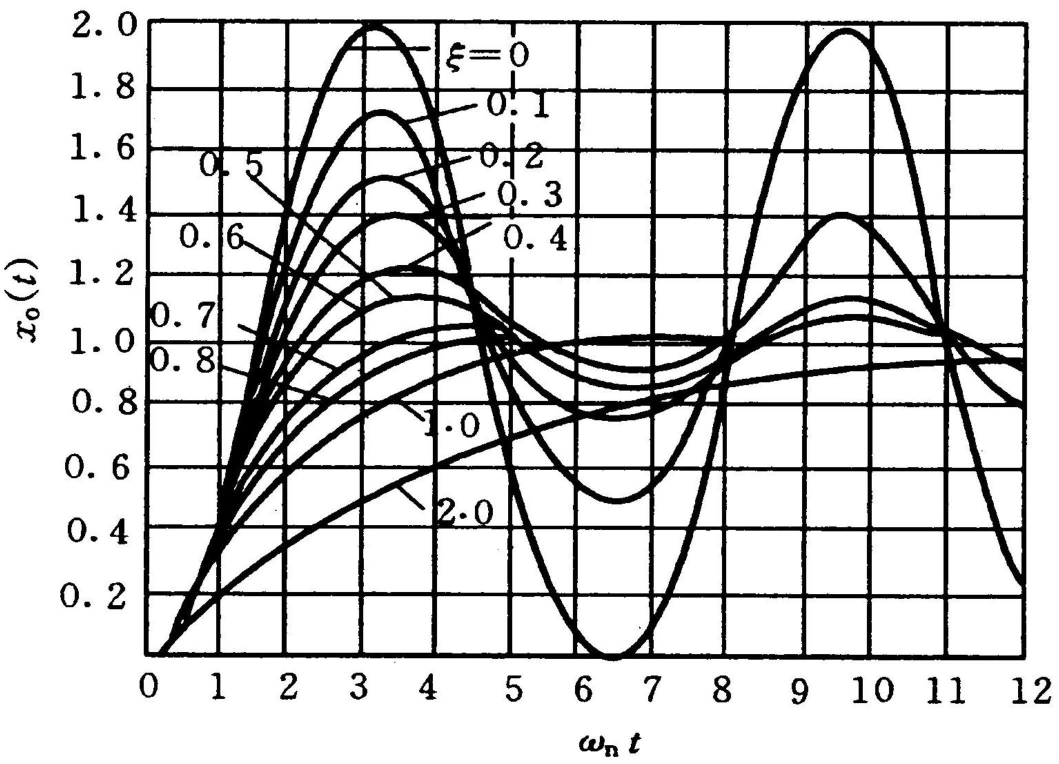
$$s_2 = -(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n$$

4、无阻尼（零阻尼）

输出曲线特征为:

等幅震荡




2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
ξ=0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
1.0
2.0
$x_o(t)$
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
$\omega_n t$

三、二阶系统的脉冲响应

系统传递函数为：

系统的输入信号为单位阶跃函数，即

二阶系统的单位阶跃响应的Laplace变换式为：

时域输出响应为：

系统传递函数为：$G(s)=\dfrac{X_0(s)}{X_i(s)}=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

系统的输入信号：单位脉冲函数

$$X_i(s)=L[\delta(t)]=1 \qquad (3-4)$$

响应的Laplace变换式为：

$$X_0(S)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

时域输出响应为：

第四节 瞬态响应的性能指标

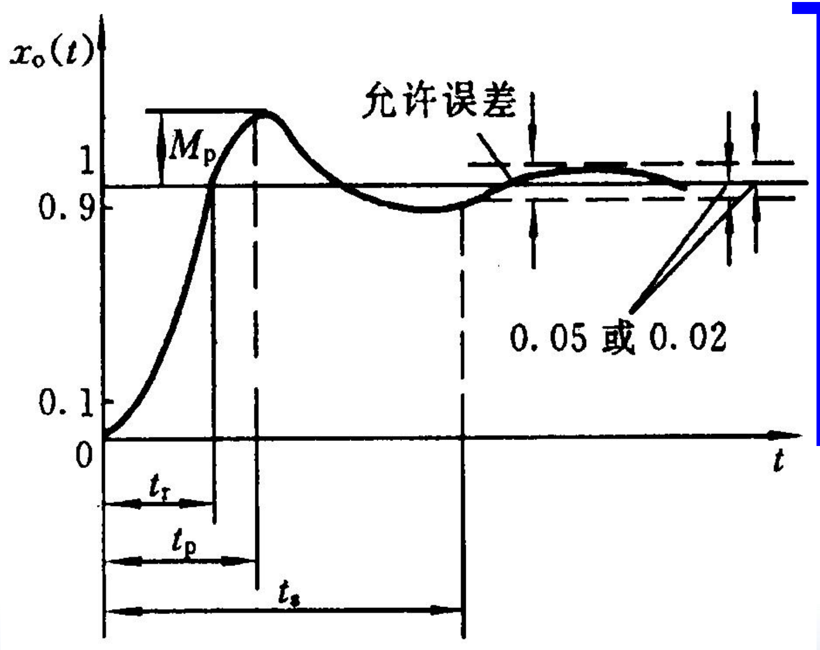
考虑:1）产生阶跃输入比较容易;2）在实际中，许多输入与阶跃输入相似。

因此:性能指标以系统对单位阶跃输入的时域响应量值给出。

因为:无振荡的过渡时间太长，故除了那些不允许产生振荡的系统外，通常允许系统有适度的振荡。

所以:在设计二阶系统时，常使系统在欠阻尼（常取 $\xi=0.4\sim0.8$ ）状态下工作。

欠阻尼二阶系统的单位阶跃响应的过渡过程的特性，通常采用下列性能指标:



（1）上升时间 t_r

（2）峰值时间 t_p

（3）最大超调量 M_p

（4）调整时间 t_s

（5）振荡次数N

单选题 1分

《控制工程基础》 赵彦威 设置

若二阶系统的单位阶跃响应为一减幅振荡曲线，则该系统为（   ）

A 无阻尼系统

B 临界阻尼系统

C 欠阻尼系统

提交

若二阶系统的单位阶跃响应为单调上升曲线，则该系统为（ ）

A 无阻尼系统

B 临界阻尼系统

C 欠阻尼系统

D 过阻尼系统

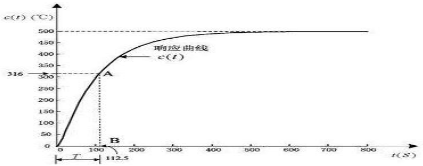
提交

单选题 1分

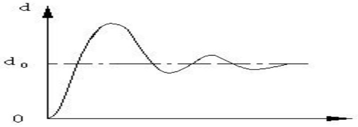
设置

根据阻尼比的不同取值，典型二阶系统的单位阶跃响应曲线不同，当 $0<\xi<1$ 时，曲线为：

A

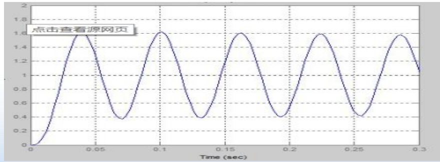


B



(b)

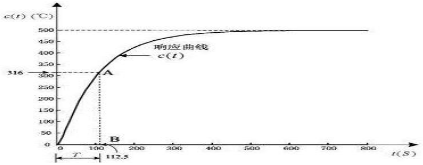
C



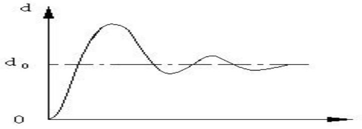
提交

根据阻尼比的不同取值，典型二阶系统的单位阶跃响应曲线不同，当ξ=0时，曲线为

A

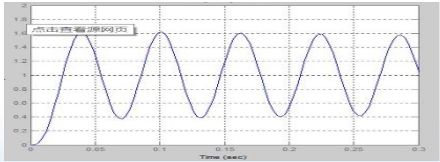


B



(b)

C



提交

已知系统的单位阶跃响应为

$$x_o(t)=1+0.2e^{-60t}-1.2e^{-10t}$$

求系统阻尼比和无阻尼固有频率。（ ）

A 阻尼比0.6和无阻尼固有频率60

B 阻尼比1.43和无阻尼固有频率24.5

C 阻尼比2.2和无阻尼固有频率17.3

提交

关于最大超调量的说法正确的是：

A 只与阻尼比ξ有关，与无阻尼固有频率无关

B 只与无阻尼固有频率有关，与阻尼比ξ无关

C 与阻尼比ξ、无阻尼固有频率都有关

提交

习题：数控机床位置随动系统，单位负反馈开环传递函数为

$$G(s)=\frac{9}{s(s+1)}$$

，求 M_p, t_p, t_s, N

小组讨论2分钟，分享思路

本章小结

1. 时域分析：以微分方程为基础，拉普拉斯变换为工具，解出时间响应，再分析性能。

2. 一阶系统响应计算与分析：

   不同输入

3. 二阶系统响应计算与分析：阶跃输入

4. 稳态误差计算：

   通式计算；九宫格计算。

课后作业：拍照提交至考勤系统

P82：4，5，6，7

P83：10，11，12，13，14

第五章　系统的稳定性

机制教研室　赵彦威

教学目标

1.能描述系统稳定性的基本概念

2.能解释系统稳定的充分必要条件

3.会使用稳定性判据判断系统的稳定性

教学评价

1.口头、雨课堂答题

2.计算：使用稳定性判据进行系统稳定性判断

- 思路、步骤完整正确
- 计算过程、结果正确

教学内容

概述

稳定判据

劳斯判据——重点、难点

奈奎斯特稳定判据——了解

对控制系统性能指标的基本要求：

稳定性　　准确性　　快速性

控制系统正常工作的首要条件是：

稳定性

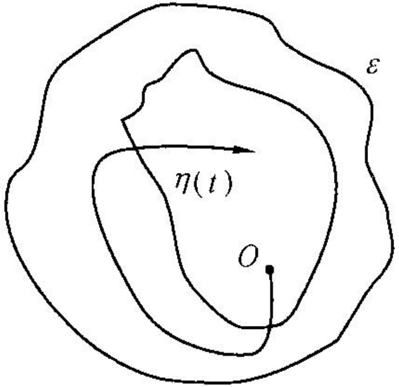
第一节 控制系统稳定性的条件

一、稳定性的概念

不稳定系统：

内部或外界扰动——偏离原平衡点——扰动消失——无法回原工作状态

稳定系统：若系统在扰动的影响下**偏离**平衡状态，**扰动消除**后，系统能够以足够的精度逐渐**恢复到原来的状态**，则称该系统**是稳定的，或具有稳定性的。**



即：其过渡过程随时间的推移逐渐衰减并趋于零 。

稳定性的特征：

- 扰动消除后，自身的恢复能力；
- 控制系统的固有特性，取决于系统的结构参数；
- 与初始条件和外力无关 。

一起看看智能控制的搬运机器人，稳定性如何？
点击播放视频

二、控制系统稳定的条件

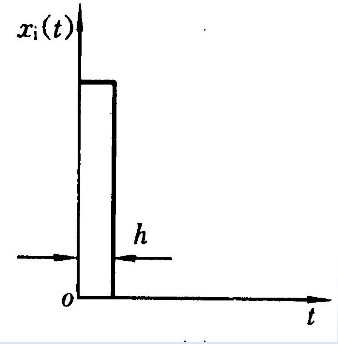
系统在零输入时，响应随着时间延长衰减至零。

推导线性系统稳定的条件

理解思路，应用结论

输入：$\delta(t)$

理想单位脉冲



系统

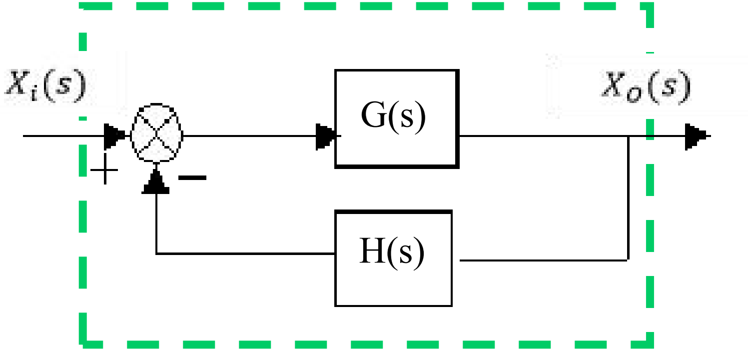
输出：？

偏离平衡点—趋于0

推导线性系统稳定的条件

理解思路，应用结论

输入：$\delta(t)$



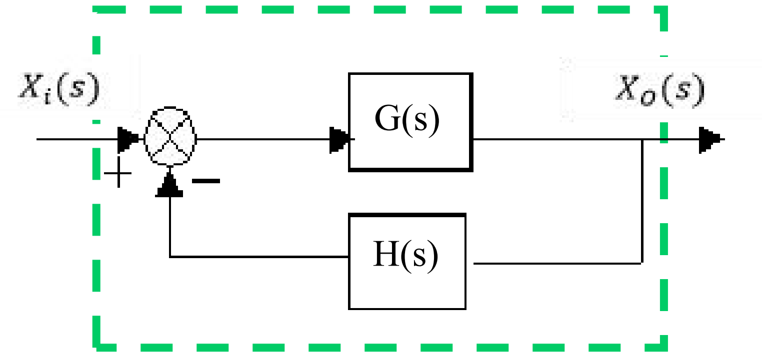
输出：$x_o(t)$

$$\varphi(s)=\frac{X_o(s)}{X_i(s)}$$

推导线性系统稳定的条件

理解思路，应用结论

输入：$\delta(t)$



输出：$x_o(t)$

$$X_i(s) = 1$$

$$\varphi(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \longrightarrow X_o(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

推导线性系统稳定的条件

理解思路，应用结论

输出：

$$X_o(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$

$$=\frac{c_1}{(s-s_1)}+\frac{c_2}{(s-s_2)}+\cdots+\frac{c_n}{(s-s_n)}=\sum_{i=1}^{n}\frac{c_i}{(s-s_i)}$$

$$x_o(t)=L^{-1}[X_o(s)]=L^{-1}[\sum_{i=1}^{n}\frac{c_i}{(s-s_i)}]=\sum_{i=1}^{n}c_i e^{s_i t}$$

如果系统稳定，则：当$t\to\infty$时，$\lim\limits_{t\to\infty}x_o(t)=0$

$\boxed{s_i\text{都具有负实部}}$

$$1+G(s)H(s)=0$$

推导线性系统稳定的条件

理解思路，应用结论

$$X_o(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

s_i 都具有负实部

方程 $1+G(s)H(s)=0$ 的根全部具有负实部。

$\Downarrow$

控制系统闭环特征方程

结论：稳定性的充分必要条件P115

系统特征方程的全部根都具有负实部；

或者

闭环传递函数的全部极点均在s平面的虚轴之左。

单选题 1分

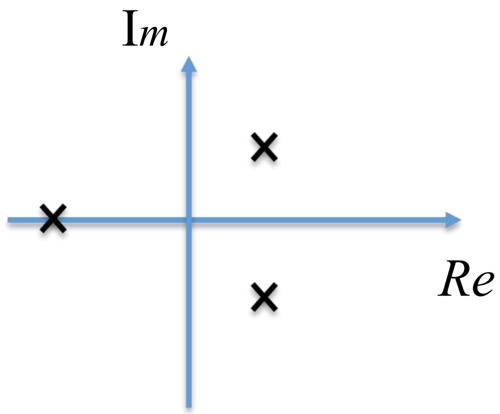
设置

已知某系统闭环传递函数极点分布如图所示，则该系统：

A 稳定

B 不稳定

C 不确定



提交

例：已知系统传递函数，判断系统的稳定性。

$$\frac{C(S)}{R(S)}=\frac{1}{S^3+4S^2+5S+2}$$

如何知道根是否具有负实部?

$$S^3+4S^2+5S+2=0$$

$$(S+1)(S^2+3S+2)=(S+1)^2(S+2)=0$$

$$S_1=-1,\qquad S_2=-1,\qquad S_3=-2$$

由于三个特征根都具有负实部，故系统稳定。

第二节 劳斯稳定判据

可以按照前述方法，求解特征方程的根。

阶次高时，难求解。

用稳定判据——间接判断

劳斯判据判系统稳定性的步骤：三步走

1.列出系统的特征方程：

$$D(s)=a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n =0$$

特征方程的各项系数a_i都大于0。——必要条件

2.列劳斯表（劳斯数列）

3.考察表中第一列数中各数的符号

系统的特征方程：$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n = 0$

劳斯表

$$
\begin{array}{lllll}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \ \ldots\ldots \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 \ldots\ldots \\
s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & \ldots\ldots \\
s^{n-3} & c_1 & c_2 & \ldots\ldots & \\
\cdots\cdots & & & \cdots\cdots & \\
s^0 & & & &
\end{array}
$$

系统的特征方程: $a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n = 0$

劳斯数列

$$
\begin{array}{lllll}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \ \ldots\ldots \\
s^{n-1} & \boxed{a_1} & a_3 & a_5 & a_7 \ldots\ldots \\
s^{n-2} & \boxed{b_1} & \boxed{b_2} & b_3 & \ldots\ldots \\
s^{n-3} & \boxed{c_1} & c_2 & \ldots\ldots & \\
\cdots\cdots & & \cdots\cdots & &
\end{array}
$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} \qquad b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1} \qquad c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$$

1.列出系统的特征方程

稳定的必要条件：各项系数a_i大于0。

2.列劳斯表

系统稳定的充分条件：
劳斯表第一列所有元素为正。

3.考察表中第一列数中各数的符号

劳斯表第一列各元素**符号改变的次数**等于系统特征方程具有**正实部根的个数**。

提醒：必要条件——劳斯表——第一列

例5-3系统的特征方程为： $s^5+6s^4+14s^3+17s^2+10s+2=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定。

思考1分钟

提醒：必要条件——劳斯表——第一列

例5-3系统的特征方程为： $s^5+6s^4+14s^3+17s^2+10s+2=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定。

解：（1）由特征方程知：

各系数a_i分别为1，6，14，17，10，2，

均大于0。

例5-3系统的特征方程为： $s^5+6s^4+14s^3+17s^2+10s+2=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定。

解：（2）列出劳斯表:

$$
\begin{array}{c|ccc}
s^5 & 1 & 14 & 10 \\
s^4 & 6 & 17 & 2 \\
s^3 & \dfrac{67}{6} & \dfrac{58}{6} & \\
s^2 & \dfrac{791}{67} & 2 & \\
s^1 & \dfrac{6150}{791} & & \\
s^0 & 2 & &
\end{array}
$$

（3）劳斯表中第一列数值全部为正实数，所以控制系统是稳定的。

例5-4系统的特征方程为：$s^5+3s^4+2s^3+s^2+5s+6=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定。

解：(1)特征方程各系数a_i均大于**0**。

(2)列出劳斯表:

例5-4系统的特征方程为： $s^5+3s^4+2s^3+s^2+5s+6=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定。

解：(1)特征方程各系数a_i均大于0。

(2)列出劳斯表:

$$\begin{array}{c|ccc}
s^5 & 1 & 2 & 5 \\
s^4 & 3 & 1 & 6 \\
s^3 & 5 & 9 & \\
s^2 & -11 & 15 & \\
s^1 & \dfrac{174}{11} & & \\
s^0 & 15 & &
\end{array}$$

(3)观察第一列数值不全正，所以控制系统不稳定 。

例5-4系统的特征方程为： $s^5+3s^4+2s^3+s^2+5s+6=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定。

解：（1）由特征方程知各系数均大于0。

（2）列出劳斯表:

$$
\begin{array}{c|ccc}
s^5 & 1 & 2 & 5 \\
s^4 & 3 & 1 & 6 \\
s^3 & 5 & 9 & \\
s^2 & -11 & 15 & \\
s^1 & \frac{174}{11} & & \\
s^0 & 15 & &
\end{array}
$$

符号改变一次

符号改变一次

符号变化两次，有两个正实部根。

（3）观察第一列数值不全正，所以控制系统不稳定 。

单选题 1分

设置

系统传递函数为$\dfrac{1}{s^3+2s^2-3s+12}$，判断系统稳定性：

A 稳定

B 不稳定

C 不确定

提交

主观题 2分

系统的特征方程为：$s^4+2s^3+3s^2+4s+5=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定，如不稳定，判别正实部根的个数。

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

（1）由特征方程知各系数均大于0。

（2）列出劳斯表:

$$\begin{array}{llll}
s^4 & 1 & 3 & 5 \\
s^3 & 2 & 4 & 0 \\
s^2 & \frac{2\times3-4}{2}=1 & 5 & \\
s^1 & \frac{1\times4-2\times5}{1}=-6 & 0 & \\
s^0 & 5 & &
\end{array}$$

符号改变一次

符号改变一次

（3）第一列数值不全正，控制系统不稳定。符号变化两次，有两个正实部根。

劳斯判据的两种特殊情况：

1. 某一行第一个元素为零，而其余各元素不全为零；

用一个很小的整数替代0，继续计算；

2、某一行所有元素均为零；

由该行的上一行元素构成辅助多项式，并求导，用其系数代替全为零的行。

1. 某一行第一个元素为零，而其余各元素不全为零； → 用一个很小的整数替代0，继续计算；

例5-5系统的特征方程为： $s^4+3s^3+s^2+3s+1=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定。

解：（1）由特征方程知各系数均大于0。

（2）列出劳斯表: 大家算一下

1. 某一行第一个元素为零，而其余各元素不全为零； → 用一个很小的整数替代0，继续计算；

例5-5系统的特征方程为： $s^4+3s^3+s^2+3s+1=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定。

解：（1）由特征方程知各系数均大于0。

（2）列出劳斯表:

$$
\begin{array}{c|ccc}
s^4 & 1 & 1 & 1 \\
s^3 & 3 & 3 & \\
s^2 & \varepsilon & 1 & \\
s^1 & 3-\dfrac{3}{\varepsilon} & & \\
s^0 & 1 & &
\end{array}
$$

用一个很小的正数代替0

（3）控制系统有两个正根，

所以控制系统不稳定。

2、某一行所有元素均为零；

由该行的上一行元素构成辅助多项式，并求导，用其系数代替全为零的行。

例5-6系统的特征方程为： $s^6+2s^5+8s^4+12s^3+20s^2+16s+16=0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定。

解：（1）由特征方程知各系数a_i均大于0。

（2）列出劳斯表:

s^6	1	8	20	16
s^5	2	12	16	
s^4	2	12	16	
s^3	0	0		

解：(1)由特征方程知各系数a_i均大于0。

(2)列出劳斯表:

s^6	1	8	20	16
s^5	2	12	16	
s^4	2	12	16	
s^3	0	0		

辅助方程：

$2s^4+12s^2+16=0$

对s求导得：

$8s^3+24s=0$

s^6	1	8	20	16
s^5	2	12	16	
s^4	2	12	16	
s^3	8	24		
s^2	6	16		
s^1	8/3			
s^0	16			

(3)劳斯表中第一列数值全部为正，控制系统稳定。

主观题 2分

设置

系统的特征方程为： $s^3 - 3s + 2 = 0$

试用劳斯稳定判据判断系统是否稳定，如不稳定，判别正实部根的个数。

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

$$s^3 - 3s + 2 = 0$$

解：（1）由特征方程知各系数不都大于0，系统不稳定。

（2）列出劳斯表:

$$\begin{array}{lll} s^3 & 1 & -3 \\ s^2 & 0 \approx \varepsilon & 2 \\ s & \frac{-3\varepsilon - 2}{\varepsilon} & 0 \\ s^0 & 2 & \end{array}$$

改变一次

改变一次

（3）符号变化两次，控制系统有两个正根。

劳斯表某行全为零的习题

已知系统特征方程为： $s^6 + s^5 - 2s^4 - 3s^3 - 7s^2 - 4s - 4 = 0$

确定正实部根的个数。

解：

s^6	1	-2	-7	-4
s^5	1	-3	-4	0
s^4	1	-3	-4	
s^3	0	0	0	

辅助方程：

$$F(s) = s^4 - 3s^2 - 4 = 0$$

$$\frac{dF(s)}{ds} = 4s^3 - 6s = 0$$

代替全0行，继续

s^6	1	-2	-7	-4
s^5	1	-3	-4	
s^4	1	-3	-4	
s^3	4	-6	0	
s^2	-1.5	-4		
s^1	-16.7	0		
s^0	-4			

劳斯表第一列符号变化1次，控制系统有1个实部为正的根。

求辅助方程：

$$F(s) = s^4 - 3s^2 - 4 = (s^2 - 4)(s^2 + 1) = 0$$

得出产生全零行的根为：　± 2，$\pm j$

主观题 2分

设置

课本P136 1. 使用劳斯判据。

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

总结

你的目标达成了吗？

1. 基本概念

2. 稳定的充要条件

3. 劳斯判据：三步走

课后作业：拍照提交至考勤系统

136-137页

- 1.
- 2.
- 3.
- 5.